

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Главный редактор академик А. И. ОПАРИН

НОВАЯ СЕРИЯ

22-й ГОД ИЗДАНИЯ

1954

ТОМ ХСV, № 4

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

А. Г. Витушкин. К тринадцатой проблеме Гильберта	701
С. И. Мельник. Осциллирующие функции и их приложение к приближенному решению интегральных уравнений	705
Л. Я. Нейшулер. Уравнения с четырьмя разбегивающимися переменными и оптимальное двухчленное табулирование их	709
И. И. Огиевецкий. О суммировании двойных рядов	713
Ю. М. Смирнов. О размерности пространств близости	717
М. К. Фэгс. Об одном обобщении спектральной теории линейных операторов (на основе показательной функции)	721
С. А. Чунихин. О разложении П-отделимых групп в произведение подгрупп	725

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Действительный член АН УССР А. Ю. Ишлинский, Н. В. Зволинский и И. З. Степаненко. К динамике грунтовых масс	729
В. И. Кейлис-Борок. О распространении колебаний в многослойном полупространстве	733
В. А. Свекло. Задача Лэмба при смешанных граничных условиях	737

АСТРОНОМИЯ

С. Г. Слюсарев. О рассеянии света свободными электронами в фотосферах звезд	741
---------------------------------------------------------------------------------------	-----

ФИЗИКА

И. Е. Балыгин. Особенности электрического пробоя сильно полярных жидкостей	745
Ф. Гальперин, И. Куприянов и Б. Панфилов. Исследование g -фактора некоторых ферромагнетиков	749

М. А. Гинцбург. О распространении электромагнитных волн в гиротропном слое	753
Д. Н. Зубарев. Вычисление конфигурационных интегралов для системы частиц с кулоновским взаимодействием	757
Б. Л. Иоффе. Системы ковариантных уравнений в теории квантовых полей	761
Ю. М. Каган и В. И. Перель. К теории шарового зонда в плазме	765
С. А. Каплан и К. П. Станюкович. Решение уравнений магнитогазодинамики для одномерного движения	769
Академик Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосов и И. М. Халатников. Асимптотическое выражение для гриновской функции электрона в квантовой электродинамике	773
В. В. Туровцев и И. С. Шапиро. Радиационный К-захват для запрещенных переходов	777
Е. В. Штольц и Я. С. Шур. Анизотропия магнитных свойств в порошковых образцах из сплава MnBi	781

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

К. П. Бунин и А. В. Черновол. О форме включений углерода отжига в магниевых чугунах	785
С. Т. Кишкин. О механизме разупрочнения и разрушения кристаллических тел со временем при высокой температуре	789
Я. Б. Фридман и Б. А. Дроздовский. О повреждаемости металлов от длительного нагружения при повышенной температуре	793

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

З. Г. Пинскер и С. В. Каверин. Электронографическое исследование структуры кубического нитрида железа	797
Е. В. Цинзерлинг. Стабилизация решетки кварца, имеющего зонарное строение	801

ХИМИЯ

М. И. Батуев, В. А. Пономаренко, А. Д. Матвеева и член-корреспондент АН СССР А. Д. Петров. Физические и химические свойства кремнеуглеводородов (дисилилметана, 1,2-дисилилэтана, дипропилсилана и гексилсилана)	805
В. Ф. Лаврушин. Ацидохромия ароматических производных метана . . .	809
Академик А. Н. Несмеянов, О. В. Ногина и Р. Х. Фрейдлина. Триалкокситаны и диалкокситаноксиды	813
Ал. Спасов и Ст. Робев. Некоторые новые применения амида натрия в органическом синтезе. Получение α, β -диарил- β -[N-арил]-аминопропионовых кислот	817
М. Ф. Шостаковский и Д. А. Кочкин. Исследования в области кислородсодержащих кремнийорганических соединений. Получение диэтилфенилсиланхлорида, диэтилфенилсиланола, тетраэтилдифенилдисилоксана и некоторые их превращения	821

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Э. И. Адирович. О квантовой механике и теории резонанса	825
С. М. Скуратов, В. В. Воеводский, А. А. Стрепихеев, Е. Н. Канарская и Р. С. Муромова. Катализ реакции полимеризации ϵ -капролактама кислотами	829
Ф. Ф. Чешко и Н. Ш. Тавадзе. Межмолекулярное взаимодействие в бинарной системе бензол — нитробензол	833

БИОХИМИЯ

З. С. Гершеневич и А. А. Кричевская. Аммиак и глутамин мозга при повышенном давлении кислорода	837
В. Б. Евстигнеев и В. А. Гаврилова. О первичной стадии фотовосстановления хлорофилла	841
Т. Н. Иванова и Н. И. Правдина. К вопросу о методах определения скорости обновления нуклеиновых кислот в ткани мозга	845

АГРОХИМИЯ

- В. В. Рачинский.** Применение радиохроматографического метода к изучению динамики сорбции, движения и распределения фосфат-ионов в почвах 849

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

- В. И. Классен** и член-корреспондент АН СССР **И. Н. Плаксин.** К механизму действия апотарных реагентов при флотации углей 853

ГЕОЛОГИЯ

- В. И. Гоньшакова.** О проявлении траппового вулканизма в посленижнеюрское время на Сибирской платформе 857
Р. Г. Дмитриева. О расчленении и корреляции разрезов майкопской свиты Восточного Предкавказья по коллоидно-дисперсным минералам 861
Л. П. Монахова. К вопросу о стратиграфии нижней части угленосных отложений карбона Карагандинского бассейна 865
А. И. Москвитин. О связи геоморфологии с современными движениями земной коры в Среднем Поволжье 869

МИНЕРАЛОГИЯ

- Л. С. Бородин.** О вхождении воды в кристаллическую решетку минералов группы перовскита 873

МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Е. Н. Герасимова-Навашина.** Развитие зародышевого мешка и вопрос о происхождении покрытосемянных 877

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- С. Е. Гомоляко.** Пластиды и крахмал в корнях сахарной свеклы 881
Академик А. Л. Курсанов и М. В. Туркина. К вопросу о формах подвижных сахаров в проводящей системе сахарной свеклы 885
И. Н. Свешникова. О возникновении жира в крахмальных зернах . . . 889
О. А. Щеглова и Ф. Ф. Лейсле. О влиянии продолжительности дня на формирование вегетативных и репродуктивных почек у вяза . . . 893

ЗООЛОГИЯ

- В. В. Барсуков.** О смене зубов у зубаток (сем. Anarhichadidae) 897

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

- Т. А. Сихарулидзе.** Образование хрусталика из резорбирующегося эпителия 901

ФИЗИОЛОГИЯ

- Е. А. Владимирова.** Изменение содержания преобразованного аммиака в больших полушариях головного мозга крыс в состоянии торможения, вызванного воздействием условных раздражителей 905

ЭМБРИОЛОГИЯ

- Е. С. Ральникова.** Критические периоды развития и реактивные группы белковых тел 909
899

ПОПРАВКА

В статье «Асимптотический закон для представления чисел некоторыми положительными тернарными квадратичными формами» (ДАН, т. 93, № 5) в формулировке теоремы опущено следующее условие: «Число m удовлетворяет родовым условиям формы f , т. е. $\left(-\frac{m}{p}\right) = 1$ для всех $p \in r$ ». Именно при этом очевидно необходимым условию применима доказанная в заметке лемма. Такое же условие следует наложить на m в равенстве (18).

А. В. Малышев

МАТЕМАТИКА

А. Г. ВИТУШКИН

К ТРИНАДЦАТОЙ ПРОБЛЕМЕ ГИЛЬБЕРТА

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 25 I 1954)

Еще в 1900 г. Гильбертом было высказано предположение о существовании аналитических функций трех переменных

$$y = f(x_1, x_2, x_3),$$

не представимых никакой конечной суперпозицией непрерывных функций двух переменных*. Эта гипотеза остается не доказанной и не опровергнутой. В настоящей заметке будет доказано существование при любых $n > 2$, $l \geq 1$ функции

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

с непрерывными частными производными до l -го порядка включительно, не представимой в виде конечной суперпозиции функций $n - 1$ переменного, у которых все частные производные $l - 1$ -го порядка удовлетворяют условию Липшица. Доказательство непредставимости функции F суперпозициями указанного вида опирается на „основную лемму“, которая доказывается при помощи оценок вариаций, данных в заметке (1). Само построение функции F и доказательство того, что она удовлетворяет выдвинутым условиям, кроме основной леммы, использует обычные методы теории приближений функций многочленами (§§ 2—3).

§ 1. Основная лемма. Пусть $y_i = P_i(z_1, z_2, \dots, z_q)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) — многочлены степени не выше r относительно каждого из переменных; z_j, a_i — произвольные константы ($i = 1, 2, \dots, m$)

$$2^m > [16(q+1)]^q (6r)^{3q} qm^q. \quad (1)$$

Тогда можно подобрать такие

$$\varepsilon_i = \pm 1/4, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

что ни при каких z_1, z_2, \dots, z_q не будут выполняться одновременно неравенства

$$|y_i - a_i - \varepsilon_i| \leq 1/8, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Для доказательства основной леммы рассмотрим вариацию множества ε , являющегося образом пространства z -ов в пространстве

* В соответствии с указанием Гильберта, аналитическую функцию $y = f(x_1, x_2, x_3)$, не представимую конечной суперпозицией аналитических функций двух переменных, легко построить, пользуясь тем, что между коэффициентами ряда Тейлора функций, представимых каждым из счетного числа различных типов суперпозиций, существуют определенные соотношения.

у-ов. В силу неравенства (6) из (1) вариация w этого множества в кубе

$$a_i - 1/2 < y_i < a_i + 1/2, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

имеет оценку сверху

$$w \leq (6r)^{3q} qm^q. \quad (3)$$

Если, вопреки заключению основной леммы, допустить, что при любых $\varepsilon_i = \pm 1/4$ множество ε имеет точки, координаты которых удовлетворяют всем неравенствам $|y_i - a_i - \varepsilon_i| \leq 1/8$, то, применяя к каждому из 2^m кубов, на которые разбивается куб (2) плоскостями $y_i = a_i$, неравенство (5) из (1), получим, с другой стороны,

$$w \geq 2^m \left(\frac{1}{16(q+1)} \right)^q. \quad (4)$$

Из (3) и (4) вытекает

$$2^m \leq [16(q+1)]^q (6r)^{3q} qm^q.$$

Очевидно, что обратного неравенства достаточно для получения заключения основной леммы.

§ 2. Аппроксимация суперпозиций функций суперпозициями многочленов. Функция $F(x) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ будет определена во всех точках $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ единичного куба I_n :

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Заданная на том же кубе функция $\Phi(x)$ называется суперпозицией s -го порядка, порожденной функциями $n-1$ переменных

$$\varphi_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_s}^{(\alpha)}(u_1, u_2, \dots, u_{n-1}),$$

$$\alpha = 0, 1, \dots, s; \quad \beta_i = 1, 2, \dots, n-1,$$

если она определяется на I_n соотношениями

$$\Phi = \varphi^{(0)}(u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, \dots, u_{n-1}^{(1)}),$$

$$u_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_\alpha}^{(\alpha)} = \varphi_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_\alpha}^{(\alpha)}(u_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_{\alpha-1}}^{(\alpha-1)}, u_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_{\alpha-2}}^{(\alpha-1)}, \dots, u_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_{\alpha-n+1}}^{(\alpha-1)}),$$

$$u_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_s}^{(s)} = x_{\gamma(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s)}.$$

Суперпозиция Φ полностью определяется своей „сигнатурой“ (функцией, принимающей значения $1, 2, \dots, n$, от s переменных, пробегаящих значения $1, 2, \dots, n-1$) $\gamma(\beta_1 \beta_2 \dots \beta_s)$ и заданием $\tau_s = 1 + (n-1) + (n-1)^2 + \dots + (n-1)^{s-1} \leq n^s$ функций $\varphi(\alpha)$. Можно предполагать функции $\varphi(u)$ определенными на всем пространстве R^{n-1} : в силу возможности продолжения функций на все пространство с сохранением гладкости это не приведет к существенному уменьшению общности окончательных результатов.

Для любой конкретной суперпозиции множества тех значений их аргументов u , которые фактически используются для вычисления $\Phi(x)$ на I_n , будут ограничены. Поэтому из известных теорем о приближении функций многочленами вытекает

Лемма 1. Если функции $\varphi(u)$ имеют $l-1$ -е производные, удовлетворяющие условию Липшица, то существует такая константа C , что при любом k может быть построена система многочленов

$$\Psi_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_\alpha}^{(\alpha)}(u_1, u_2, \dots, u_{n-1})$$

степени k по каждому из переменных, для которой суперпозиция $\Psi_k(x)$, построенная по схеме суперпозиции $\Phi(x)$, будет удовлетворять на всем I_n неравенству

$$|\Phi - \Psi_k| \leq \frac{C}{k^l}.$$

При заданной сигнатуре $\gamma(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s)$ многочлен $\Psi_k(x)$ кроме переменных x_i зависит еще только от коэффициентов многочленов $\Psi_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_s}^{(\alpha)}$. Эти коэффициенты мы занумеруем подряд:

$$c_1, c_2, \dots, c_{q_{ks}},$$

где $q_{ks} = \tau_s(k+1)^{n-1}$ обозначает их общее число (для всех многочленов Ψ). Легко видеть, что

$$\Psi_k = \Psi_k(x_1, x_2, \dots, x_n; c_1, c_2, \dots, c_{q_{ks}})$$

по каждому из переменных x_i и c_j является многочленом степени не выше $r_{ks} \leq (nk)^{s+1}$.

§ 3. Построение функции $F(x)$. Искомая функция $F(x_1, \dots, x_n)$ представляется в виде ряда

$$F(x) = \sum_{\xi=1}^{\infty} H_{\xi}(x) = \lim_{\xi \rightarrow \infty} F_{\xi}(x),$$

где

$$F_{\xi}(x) = \sum_{\eta=1}^{\xi} H_{\eta}(x).$$

Для доказательства непредставимости $F(x)$ в виде итераций существенны значения $H_{\xi}(x)$ в точках x с координатами вида

$$x_v = (a_v + 1/2) \Delta_{\xi}, \quad \Delta_{\xi} = \frac{1}{\mu_{\xi}},$$

где число μ_{ξ} при каждом ξ фиксировано, а a_v пробегает значения $1, 2, \dots, \mu_{\xi}$. Таких точек в кубе I_n имеется

$$m_{\xi} = \mu_{\xi}^n.$$

Мы обозначим их $x(\xi, i)$, где индекс i пробегает значения $1, 2, \dots, m_{\xi}$, и положим

$$H_{\xi}(x(\xi, i)) = \frac{\Delta_{\xi}^l}{32^{\xi}} \varepsilon_i^{(\xi)}.$$

Лемма 2. При любых μ_{ξ} и $\varepsilon_i^{(\xi)} = \pm 1/4$ функции $H_{\xi}(x)$ могут быть построены так, что

$$|H_{\xi}| \leq \frac{\Delta_{\xi}^l}{4 \cdot 32^{\xi}}, \quad (5)$$

а частные производные $H_{\xi}(x)$ порядка не выше l непрерывны и не превышают по абсолютной величине $C/32^{\xi}$, где C — некоторая абсолютная константа.

Легко видеть, что в случае, если функции $H_{\xi}(x)$ построены в соответствии с леммой 2, то функция $F(x)$ имеет непрерывные производные всех порядков до l включительно. Остается подобрать μ_{ξ} и $\varepsilon_i^{(\xi)}$ так, чтобы функция $F(x)$ не могла быть представлена суперпозицией интересующего нас вида.

Лемма 3. Можно подобрать

$$\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_\xi \leq \dots \rightarrow \infty$$

так, что для $k_\xi = \left[\mu_\xi^{1 - \frac{1}{2(n-1)}} \right]$

$$m_\xi = \mu_\xi^n, \quad q_\xi = q_{k_\xi s_\xi}, \quad r_\xi = r_{k_\xi s_\xi}$$

будут выполняться соотношения

$$2^{m_\xi} > [16(q_\xi + 1)]^{q_\xi} (6r_\xi)^{3q_\xi} m_\xi^{q_\xi},$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\Delta_\xi^l k_\xi^l}{32^\xi} \rightarrow \infty. \quad (6)$$

Выбрав μ_ξ в соответствии с леммой 3, можно последовательно строить функции $H_\xi(x)$ с соблюдением всех ранее выдвинутых условий так, чтобы при каждом ξ ни для одного многочлена $\Psi_{k_\xi}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, являющегося γ_ξ -суперпозицией многочленов степени k_ξ от $n-1$ переменного не могли одновременно выполняться все соотношения

$$|\Psi_{k_\xi}(x(\xi, i)) - \frac{32^\xi}{\Delta_\xi^l} F_{\xi-1}(x(\xi, i)) - \varepsilon_i^{(\xi)}| \leq \frac{1}{8}, \quad i = 1, 2, \dots, m_\xi.$$

Это возможно в силу основной леммы. При помощи леммы 2 и соотношений (5) и (6) легко теперь доказать, что функция $F(x)$ не может быть суперпозицией функций $n-1$ переменного, $l-1$ -е производные которых удовлетворяют условию Липшица.

Московский государственный
университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
25 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. Г. Витушкин, ДАН, 95, № 3 (1954).

С. И. МЕЛЬНИК

ОСЦИЛЛИРУЮЩИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К ПРИБЛИЖЕННОМУ РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 4 II 1954)

В предлагаемой работе нами вводится определение осциллирующих функций и дается приложение осциллирующих функций к приближенному решению линейных интегральных уравнений, причем при небольшом числе операций получается хорошее приближение к решению.

Определения. а) Функцию $f(p)$, определенную и суммируемую вместе со своим квадратом в области ω , назовем осциллирующей функцией, если для некоторой разбивки области ω на неперекрывающиеся части ω_i ($i = 1, 2, \dots, n$) будем иметь $\int_{\omega_i} f(p) d\omega_p = 0$ для $i = 1, 2, \dots, n$. Осциллирующую функцию $f(p)$ будем характеризовать параметрами d и M , где d — наибольший из диаметров областей ω_i ($i = 1, 2, \dots, n$), а $M = \sqrt{\frac{1}{\text{mes } \omega} \int_{\omega} f^2(p) d\omega_p}$. Если дана осциллирующая функция с параметрами d и M , то это будем записывать так: $f(p) \in O(d, M)$.

б) Функцию $f(p)$ будем называть суммой осциллирующих функций, если $f(p) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(p)$, где для всех индексов k имеем $f_k(p) \in O(d_k, M_k)$

и ряд $\sum_{k=1}^{\infty} d_k M_k$ сходится. Сумму осциллирующих функций будем ха-

рактеризовать параметром M , где $M = \sum_{k=1}^{\infty} d_k M_k \leq \sqrt{\sum d_k^2 \cdot \sum M_k^2}$, и будем сокращенно записывать так: $f(p) \in \Sigma O(M)$.

в) Нам, наряду с интегральным уравнением (1) с непрерывным ядром $k(p, q)$:

$$u(p) - f(p) - \int_{\omega} k(p, q) u(q) d\omega_q = 0, \quad (1)$$

где $\lambda = 1$ — нехарактеристическое число, придется рассматривать „близкое“ к нему интегральное уравнение (2):

$$u_n(p) - f_n(p) - \int_{\omega} k_n(p, q) u_n(q) d\omega_q = 0, \quad (2)$$

которое будем называть „усеченным“.

Нормы, если не будет оговорено противное, будем определять в пространстве L_2 . Будем обозначать норму обратного оператора для уравнения (1) через $\|k^{-1}\|$, а для уравнения (2) через $\|k_n^{-1}\|$.

Положив

$$f(p) - f_n(p) = \varphi_n(p); \quad k(p, q) - k_n(p, q) = r_n(p, q);$$

$$u_n(p) - f(p) - \int_{\omega} k(p, q) u_n(q) d\omega_q = -\varphi_n(p) - \int_{\omega} r_n(p, q) u_n(q) d\omega_q = \psi_n(p),$$

непосредственно получаем оценки:

$$\|\psi_n(p)\| \leq \|\varphi_n(p)\| + \|r_n(p, q)\| \|k_n^{-1}\| \|f_n(p)\|, \quad (3)$$

$$\|u(p) - u_n(p)\| \leq \|\psi_n(p)\| \|k^{-1}\|.$$

Известно ⁽¹⁾, что если $\|r_n(p, q)\| \|k_n^{-1}\| < 1$ или $\|r_n(p, q)\| \|k^{-1}\| < 1$, то из разрешимости уравнения (1) следует разрешимость уравнения (2) и наоборот, а также имеют место соотношения

$$\|k^{-1}\| \leq \frac{\|k_n^{-1}\|}{1 - \|k_n^{-1}\| \|r_n(p, q)\|}, \quad \|k^{-1}\| \geq \frac{\|k_n^{-1}\|}{1 + \|k_n^{-1}\| \|r_n(p, q)\|}. \quad (4)$$

Теорема. Если в интегральном уравнении (1) функция $f(p) \in O(d, M)$ и за приближенное решение (1) принять функцию $f(p)$, то оценка погрешности определяется формулами

$$|u(p) - f(p)| \leq \|k^{-1}\| \varepsilon(p, d) M \text{mes } \omega, \quad (5)$$

$$|u(p) - f(p)| \leq \left[1 + \left(\int_{\omega} k^2(p, q) d\omega_q \right)^{1/2} \|k^{-1}\| \right] \varepsilon(p, d) M \text{mes } \omega, \quad (5')$$

где $\|k^{-1}\|$ — норма обратного оператора в метрике Чебышева, а $\varepsilon(p, d)$ определяется условием непрерывности ядра $k(p, q)$, т. е. как только $\rho(q_1, q_2) < d$, то $|k(p, q_1) - k(p, q_2)| < \varepsilon(p, d)$.

Действительно, выбрав в области ω_i точку q_i для $i = 1, 2, \dots, n$ и воспользовавшись сначала неравенством Буняковского, а затем Коши, будем иметь

$$\left| \int_{\omega} k(p, q) f(q) d\omega_q \right| = \left| \sum_{i=1}^n \int_{\omega_i} [k(p, q) - k(p, q_i)] f(q) d\omega_q \right| <$$

$$< \varepsilon(p, d) M \text{mes } \omega. \quad (6)$$

Теперь, положив в уравнении (1) $u(p) = v(p) + f(p)$, для $v(p)$ получим интегральное уравнение

$$v(p) - \int_{\omega} k(p, q) f(q) d\omega_q - \int_{\omega} k(p, q) v(q) d\omega_q = 0. \quad (7)$$

Из (6) и (7) непосредственно следует (5) и (5').

Следствие. Если ядро $k(p, q)$ удовлетворяет условию Липшица

$$|k(p, q_1) - k(p, q_2)| \leq A \rho(q_1, q_2),$$

а функция $f(p) \in \Sigma_0(M)$, то неравенства (5) и (5') переходят в неравенства

$$|u(p) - f(p)| \leq \|k^{-1}\| A M \text{mes } \omega, \quad (8)$$

$$|u(p) - f(p)| \leq \left[1 + \left(\int_{\omega} k^2(p, q) d\omega_q \right)^{1/2} \|k^{-1}\| \right] A M \text{mes } \omega. \quad (8')$$

Замечание 1. Теорема и следствие легко обобщаются на системы интегральных уравнений.

Приложение. Будем искать приближенное решение интегрального уравнения (1) в форме линейной комбинации $u_n(p) = \sum_{i=1}^n a_i \theta_i(p)$ из функций $\{\theta_i(p)\}$ некоторой полной ортонормированной системы. При подстановке $u_n(p)$ в (1) получим $\psi_n(p, a_1, a_2, \dots, a_n)$. Коэффициенты a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) можно определить различными способами. Можно потребовать чтобы: 1) $\int_{\omega} \psi_n^2(p, a_1, a_2, \dots, a_n) d\omega_p = \min$ — метод Ритца; 2) $\int_{\omega} \psi_n(p, a_1, \dots, a_n) \theta_i(p) d\omega_p = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$) — метод Галеркина; 3) $\psi_n(p_i, a_1, \dots, a_n) = 0$ — метод Канторовича (где p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — выбранные точки из области ω); 4) $\psi_n(p, a_1, a_2, \dots, a_n) \in O(d, M)$ — метод осциллирующих функций.

При решении уравнения (1) методом Галеркина определение коэффициентов a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) равносильно решению „усеченного“ уравнения (2)

$$u_n(p) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(p) + \int_{\omega} \sum_{k=1}^n \beta_k(q) \theta_k(p) u_n(q) d\omega_q, \quad (9)$$

где $\alpha_k = \int_{\omega} f(p) \theta_k(p) d\omega_p$, $\beta_k(q) = \int_{\omega} k(p, q) \theta_k(p) d\omega_p$ ($k = 1, 2, \dots, n$).

Оценка погрешности дается неравенствами (3) и (4). Полученные для метода Галеркина оценки не могут быть улучшены и для метода Ритца, так как для некоторых ядер при специальном подборе ортонормированной системы метод Ритца совпадает с методом Галеркина.

Рассмотрим теперь случай, когда за систему функций $\{\theta_i(p)\}$ приняты тригонометрические функции $\{\cos kx, \sin kx\}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), а интегральное уравнение

$$u(x) - f(x) - \int_{-\pi}^{+\pi} k(x, t) u(t) dt = 0 \quad (10)$$

имеет ядро, удовлетворяющее условию Липшица:

$$|k(x, t_1) - k(x, t_2)| \leq A(x) |t_1 - t_2|.$$

Будем строить приближенное решение $u_n(x)$ методом Галеркина, тогда функция $\psi_n(x, a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{k=n+1}^{\infty} (a_k \cos kx + \beta_k \sin kx) \in \Sigma_O(M)$,

где $M \leq \|\psi_n(p)\| \sqrt{\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{k^2}}$; положив $v_n(x) = u_n(x) - \psi_n(x)$, для

$|u(x) - v_n(x)|$ имеем оценку (8'), которая значительно лучше, чем оценка для $|u(x) - u_n(x)|$.

Практический интерес представляет приближенное решение уравнения (10) при помощи специальной ортогональной системы функций, а именно: сегмент $[-\pi, \pi]$ разобьем на части точками $x_0 = -\pi < x_1 < x_2 < \dots < x_n = \pi$ и положим:

$$\theta_{i+1}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ принадлежит сегменту } [x_i, x_{i+1}); \\ 0, & \text{если } x \text{ не принадлежит сегменту } [x_i, x_{i+1}) \end{cases}$$

($i = 0, 1, 2, \dots, n$).

Приближенное решение уравнения (10) будем искать в форме $u_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k \theta_k(x)$; коэффициенты a_k ($k = 1, 2, \dots, n$) будем определять по методу Галеркина; для данной системы функций метод Галеркина совпадает с методом осциллирующих функций. Удобство выбранной системы функций заключается в легкости определения оценок для $\varphi_n(x)$ и $r_n(x, t)$. Функция $\varphi_n(x)$ не превосходит наибольшего из колебаний функции $f(x)$ на сегментах $[x_i, x_{i+1}]$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n-1$), аналогично и $r_n(x, t)$. Кроме того $\psi_n(x) \in O(d, M)$, где $d = \max_{(i=0,1,\dots,n-1)} |x_{i+1} - x_i|$, а M оценивается согласно (3).

Следует отметить, что при приближенном решении заданного интегрального уравнения методом Галеркина с заданной точностью существенным является не полнота системы, а возможность при помощи выбранных функций достаточно хорошо аппроксимировать в метрике Чебышева или в среднем ядро $k(p, q)$ и функцию $f(p)$. Это утверждение непосредственно вытекает из рассмотрения уравнений (1) и (9) и оценок (3), и этим положением мы воспользовались в последнем примере.

Замечание 2. Для того чтобы приближенное решение уравнения (10) можно было построить методом осциллирующих функций, если дана некоторая ортонормированная система функций $\{\theta_i(x)\}$, достаточно, чтобы функцию $f(x)$ и ядро $k(x, t)$ можно было достаточно хорошо аппроксимировать в среднем функциями системы $\{\theta_i(x)\}$, так чтобы выполнялись условия

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[f(x) - \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x) \right] dx = 0,$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[k(x, t) - \sum_{k=1}^n \beta_k(t) \theta_k(x) \right] dx = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, n-1); \quad (11)$$

тогда определение коэффициентов a_i равносильно решению усеченного уравнения

$$u_n(x) - \sum_{i=1}^n \alpha_i \theta_i(x) - \int_{-\pi}^{+\pi} \sum_{i=1}^n \beta_i(t) \theta_i(x) u_n(t) dt = 0, \quad (12)$$

а оценка погрешности будет дана формулами (3) и (5).

Молотовский государственный
университет
им. А. М. Горького

Поступило
21 IX 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. В. Канторович, Усп. матем. наук, **3**, 6 (28), 110 (1948). ² Л. В. Канторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, 1940, стр. 165.

Л. Я. НЕЙШУЛЕР

УРАВНЕНИЯ С ЧЕТЫРЬМЯ РАЗЪЕДИНЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ОПТИМАЛЬНОЕ ДВУХЧЛЕННОЕ ТАБУЛИРОВАНИЕ ИХ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 4 II 1954)

Гурса ⁽¹⁾ дал необходимое и достаточное условие разъединимости переменных в уравнении с четырьмя переменными

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0, \quad (1)$$

т. е. условие того, что уравнение (1) равносильно некоторому уравнению вида $f_1(x_i, x_j) = f_2(x_p, x_q)$, в виде равенства:

$$\frac{\partial f}{\partial x_q} \frac{D(f, \partial f / \partial x_p)}{D(x_i, x_j)} - \frac{\partial f}{\partial x_p} \frac{D(f, \partial f / \partial x_q)}{D(x_i, x_j)} = 0; \quad (A)$$

здесь как и в дальнейшем i, j, p, q — какая-нибудь перестановка индексов 1, 2, 3, 4.

Однако это условие не дает указания, как в случае его удовлетворения осуществить возможное разъединение переменных. Покажем, что необходимое и достаточное условие можно записать в более простом виде и укажем основанный на этом условии способ разъединения переменных в уравнении (1).

Для разъединения переменных в уравнении с четырьмя переменными (1) необходимо и достаточно, чтобы для систем (x_1, x_2, x_3, x_4) , для которых выполняется (1), имело место

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} : \frac{\partial f}{\partial x_j} = A(x_i, x_j), \quad (B)$$

где $A(x_i, x_j)$ — функция лишь двух аргументов x_i и x_j .

Перепишем уравнение (1) в форме

$$\varphi(x_i, x_j, x_p, z) = 0, \quad (2)$$

т. е. обозначим x_q через z , и, соответственно, равносильное ему уравнение $\alpha(x_i, x_j) = \beta(x_p, x_q)$ в форме

$$\psi(x_i, x_j) = \gamma(x_p, z) \quad (3)$$

и будем в (2) и (3) рассматривать z как функцию трех переменных x_i, x_j, x_p .

Решив (3) относительно z , будем иметь

$$z(x_i, x_j, x_p) = \eta[\psi(x_i, x_j) x_p]. \quad (4)$$

Из (4) имеем:

$$\frac{\partial z}{\partial x_i} - \alpha_1 \frac{\partial z}{\partial x_j} = 0, \quad (5)$$

где $\alpha_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_i} : \frac{\partial \psi}{\partial x_j}$.

Продифференцировав (2) по x_i и x_j , имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x_i} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x_j} = 0. \quad (7)$$

Вычтя произведения (7) на α_1 (α_1 то же, что и в (5)) из (6), получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} - \alpha_1 \frac{\partial z}{\partial x_j} \right) = 0. \quad (8)$$

Из (5) и (8) следует

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = 0, \quad \text{или} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} : \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = \frac{\partial \psi}{\partial x_i} : \frac{\partial \psi}{\partial x_j}.$$

Возвращаясь к первоначальному обозначению, получим, что

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} : \frac{\partial f}{\partial x_j} = \alpha_1,$$

где α_1 — некоторая функция двух переменных x_i и x_j , откуда получаем условие (Б).

Покажем, что условие (Б) эквивалентно условию (А).

Дифференцируя (6) и (7) по x_p , получим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_p} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial z} \frac{\partial z}{\partial x_p} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x_p} \frac{\partial z}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \frac{\partial z}{\partial x_i} \frac{\partial z}{\partial x_p} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_p} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_p} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial z} \frac{\partial z}{\partial x_p} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x_p} \frac{\partial z}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial z}{\partial x_p} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial^2 z}{\partial x_j \partial x_p} = 0.$$

Умножим первое равенство на $\partial z / \partial x_j$, а второе на $\partial z / \partial x_i$. Так как третьи и четвертые члены (слева направо) полученных таким образом равенств окажутся равными, то, вычитая из первого второе, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_p} \frac{\partial z}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial z} \frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial z}{\partial x_p} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_p} \frac{\partial z}{\partial x_i} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial z} \frac{\partial z}{\partial x_p} + \\ + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_p} \frac{\partial z}{\partial x_j} - \frac{\partial^2 z}{\partial x_j \partial x_p} \frac{\partial z}{\partial x_i} \right) = 0. \end{aligned}$$

Заменив в полученном (кроме последней скобки) $\frac{\partial z}{\partial x_i}$ через $-\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} : \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ из (6) и $\frac{\partial z}{\partial x_j}$ через $-\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} : \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ из (7) и возвращаясь после соответствующих преобразований к обозначениям, принятым для уравнения (1), можем написать

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_q} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_p} - \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_p} \right) - \frac{\partial f}{\partial x_p} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_q} - \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_q} \right) + \\ + \left(\frac{\partial f}{\partial x_q} \right)^3 \left(\frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_p} - \frac{\partial z}{\partial x_i} \frac{\partial^2 z}{\partial x_j \partial x_p} \right) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Но выражение, образованное первыми двумя членами полученного равенства (9), и есть левая часть (А).

Таким образом, если условие Гурса выполняется, то имеет место и

$$\left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^3 \left(\frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_p} - \frac{\partial z}{\partial x_i} \frac{\partial^2 z}{\partial x_j \partial x_p} \right) = 0,$$

или, так как,

$$\frac{\partial f}{\partial z} \neq 0,$$

то и

$$\frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_p} - \frac{\partial z}{\partial x_i} \frac{\partial^2 z}{\partial x_j \partial x_p} = 0,$$

или, что то же,

$$\frac{\partial}{\partial x_p} \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} : \frac{\partial z}{\partial x_j} \right) = 0,$$

откуда имеем

$$\frac{\partial z}{\partial x_i} - \alpha \frac{\partial z}{\partial x_j} = 0,$$

где α — некоторая функция двух переменных x_i и x_j , а отсюда и из (6) и (7) и следует условие (Б).

Из выражения (9) получается и обратный переход от условия (Б) к условию (А). Действительно, из (8) следует, что если $\frac{\partial f}{\partial x_i} : \frac{\partial f}{\partial x_j}$ зависит только от x_i и x_j , то и $\frac{\partial z}{\partial x_i} : \frac{\partial z}{\partial x_j}$ также зависит только от x_i и x_j .

Следовательно, $\frac{\partial}{\partial x_p} \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} : \frac{\partial z}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_p} - \frac{\partial z}{\partial x_i} \frac{\partial^2 z}{\partial x_j \partial x_p} = 0$, а отсюда и из (9) следует (А).

Перейдем теперь к способу разъединения переменных в уравнении (1). Если условие (Б) выполняется, то, в силу эквивалентности условий (Б) и (А), существует уравнение

$$\eta_1(x_i, x_j) = \eta_2(x_p, x_q),$$

равносильное уравнению (1). Аналогично тому как мы получили необходимость условия (Б), мы можем получить необходимость и условия

$$\frac{\partial f}{\partial x_p} : \frac{\partial f}{\partial x_q} = B(x_p, x_q). \quad (B_1)$$

Пользуясь же (Б) и (B₁), можно для функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ построить представление

$$F[\varphi_1(x_i, x_j), \varphi_2(x_p, x_q)], \quad (10)$$

приняв за $\varphi_1(x_i, x_j)$ какой-нибудь интеграл обыкновенного дифференциального уравнения

$$A(x_i, x_j) dx_i + dx_j = 0,$$

а за $\varphi_2(x_p, x_q)$ — какой-нибудь интеграл уравнения

$$B(x_p, x_q) dx_p + dx_q = 0.$$

Если же функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ допускает представление (10), то, заменив уравнение (1) равносильным ему уравнением вида

$$F[\varphi_1(x_i, x_j), \varphi_2(x_p, x_q)] = 0 \quad (11)$$

и решая (11) относительно $\varphi_1(x_i, x_j)$, мы и получим требуемое разъединение в виде $\varphi_1(x_i, x_j) = \psi_1(x_p, x_q)$.

Легко убедиться, что условия (Б) и (B₁) необходимы и достаточны для существования у функций четырех переменных $u = f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ трехчленного представления $f_3[f_1(x_i, x_j), f_2(x_p, x_q)]$.

Следовательно, условию двухчленного ⁽²⁾ разъединения переменных в уравнении с четырьмя переменными (1) можно еще дать и такую формулировку:

Для того чтобы уравнение (1) допускало двухчленное разъединение переменных, достаточно и необходимо существование у функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ трехчленного представления.

Таким образом, вопрос о двухчленном разъединении переменных в уравнении (1) сводится к вопросу о существовании у функции четырех переменных $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, стоящей в левой части уравнения (1), трехчленного представления.

Выполнение условия (Б), как было указано выше, позволяет осуществить в уравнении (1) разъединение переменных, т. е. заменить его равносильным ему уравнением

$$x_q = \psi_2 [\psi_1(x_i, x_j), x_p]. \quad (12)$$

В работе ⁽⁴⁾ мы указали на две (одну двухмерную и одну трехмерную) двухчленные табличные конструкции для функций трех переменных, допускающих двухчленное представление, которые обладают свойством обратимости и, следовательно, позволяют решать соответствующие уравнения с четырьмя переменными относительно любого из переменных.

Теорема об однозначности $n-1$ -членных представлений функций n переменных ⁽⁵⁾ вместе с изложенным, очевидно, позволяет строго решать задачу об оптимальном двухчленном табулировании уравнений с четырьмя переменными. Изложенное, очевидно, может быть использовано при построении составных номограмм.

Поступило
23 XI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ E. Goursat, Bull. Soc. math. de France, **27** (1899). ² Л. Я. Нейшулер, ДАН, **82**, № 2 (1952). ³ Л. Я. Нейшулер, Изв. АН СССР, ОТН, в. 8 (1948). ⁴ Л. Я. Нейшулер, там же, в. 11, 1191 (1947). ⁵ Л. Я. Нейшулер, Усп. матем. наук, **3**, в. 3 (1948).

И. И. ОГИЕВЕЦКИЙ

О СУММИРОВАНИИ ДВОЙНЫХ РЯДОВ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 5 II 1954)

В настоящей заметке устанавливаются некоторые теоремы о суммировании двойных рядов. Используемые ниже определения чезаровской и абелевской суммарности двойных рядов и медленного колебания двойной последовательности известны (см., например, ^(1, 4)).

Теорема 1. Если последовательность s_{mn} суммируется методом $(C, \alpha + n, \beta + \delta)$, $(\alpha, \beta) > -1$, $(n, \delta) > 0$, κs и последовательность $\sigma_{m, n}^{\alpha, \beta}$ ограничена, то последовательность $\sigma_{m, n}^{\alpha, \beta}$ суммируется методом (C, n, δ) , $(n, \delta) > 0$, κs .

Теорема 2. Если последовательность $\sigma_{m, n}^{\alpha, \beta}$, $(\alpha, \beta) > -1$, ограничена и суммируется методом (C, n, δ) , $(n, \delta) > 0$, κs , то последовательность s_{mn} суммируется методом $(C, \alpha + n, \beta + \delta)$ κs .

Установленные в теоремах 1 и 2 соотношения аналогичны известному предложению, что соотношения $C_n^{(\alpha)}(C^{(\beta)}(A)) \rightarrow A$, $C_n^{(\alpha+\beta)}(A) \rightarrow A$ равносильны ⁽²⁾.

Теорема 3. Если последовательность $\sigma_{m, n}^{\alpha, \beta}$, $(\alpha, \beta) > -1$, ограничена, то последовательность $\sigma_{m, n}^{\alpha+n, \beta+\delta}$, $(n, \delta) > 0$, медленно колеблется.

Теорема 4. Если двойной ряд Σa_{kl} суммируется методом Абеля κs и последовательность его чезаровских средних $\sigma_{m, n}^{\alpha, \beta}$, $(\alpha, \beta) > -1$, ограничена и медленно колеблется, то Σa_{kl} суммируется методом (C, α, β) κs .

Для случая $\alpha = \beta = 0$ эта теорема содержится в ⁽¹⁾.

Из теорем 3 и 4 вытекает

Теорема 5. Если двойной ряд Σa_{kl} ограничен (C, α, β) , $(\alpha, \beta) > -1$, и суммируется методом Абеля κs , то он суммируется $(C, \alpha + n, \beta + \delta)$, $(n, \delta) > 0$, κ тому же значению.

Последнее предложение обобщает теорему Андерсена ⁽³⁾ на двойные ряды; примененная здесь схема доказательства приложима и в случае простых рядов и дает новый вариант ее вывода.

Нетрудно видеть, что из теоремы 5 вытекает следующее следствие.

Следствие. Для двойных рядов, ограниченных (C, α, β) , $(\alpha, \beta) > -1$, методы суммирования (C, α', β') , $(\alpha', \beta') > (\alpha, \beta)$, и Абеля эквивалентны.

Теорема 5 и ее следствие обобщают следующие результаты:

1. Для двойных рядов с ограниченными частными суммами методы суммирования $(C, 1, 1)$ и Абеля эквивалентны (см. ⁽¹⁾, теорема 7).
2. Пусть $(\alpha, \beta) > -1$, $(\alpha', \beta') > (\alpha, \beta)$. Если двойной ряд ограничен (C, α, β) и суммируем (C, α', β') , то он суммируем $(C, \alpha + n, \beta + \delta)$, $(n, \delta) > 0$, κ тому же значению (см. ⁽⁴⁾, теорема 4).

Лемма 1. Если последовательность $\sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1}$, $(\alpha,\beta) > -1$, ограничена, $\lim_{(m,n) \rightarrow \infty} \sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1} = s$, то последовательность $\sigma_{\alpha,\beta}^{\alpha,\beta}$ суммируется методом среднеарифметических к s .

Так как

$$\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = \frac{\Delta_{11} \{A_{m-1}^{\alpha+1} A_{n-1}^{\beta+1} \sigma_{m-1,n-1}^{\alpha+1,\beta+1}\}}{A_m^\alpha A_n^\beta},$$

где $\Delta_{11} f_{m,n} = f_{m,n} - f_{m+1,n} - f_{m,n+1} + f_{m+1,n+1}$, то

$$\begin{aligned} \frac{1}{MN} \sum_{m=1, n=1}^{M, N} \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} &= \frac{\alpha\beta}{MN} \sum_{m=1, n=1}^{M-1, N-1} \frac{1}{(m+1)(n+1)} \frac{A_m^{\alpha+1}}{A_{m+1}^\alpha} \frac{A_n^{\beta+1}}{A_{n+1}^\beta} \sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1} + \\ &+ \frac{\alpha}{MN} \frac{A_N^{\beta+1}}{A_N^\beta} \sum_{n=1}^{M-1} \frac{1}{(m+1)} \frac{A_m^{\alpha+1}}{A_{m+1}^\alpha} \sigma_{m,N}^{\alpha+1,\beta+1} + \frac{\beta}{MN} \frac{A_M^{\alpha+1}}{A_M^\alpha} \sum_{n=1}^{N-1} \frac{1}{(n+1)} \frac{A_n^{\beta+1}}{A_{n+1}^\beta} \sigma_{M,n}^{\alpha+1,\beta+1} + \\ &+ \frac{1}{MN} \frac{A_M^{\alpha+1}}{A_M^\alpha} \frac{A_N^{\beta+1}}{A_N^\beta} \sigma_{M,N}^{\alpha+1,\beta+1} + o(1). \end{aligned}$$

Из леммы 1 (из (1), стр. 575), ограниченности $\sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1}$ и $A_M^\alpha \approx \frac{n^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}$

$$\lim_{(MN) \rightarrow \infty} \frac{1}{MN} \sum_{m=1, n=1}^{M, N} \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = s.$$

Следствие. Если последовательность $\sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1}$ ограничена $\lim_{(m,n) \rightarrow \infty} \sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1} = s$ и последовательность $\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}$ медленно колеблется то $\lim_{(m,n) \rightarrow \infty} \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = s$.

Действительно, из условий следствия вытекает (см. лемму 1) сходимость среднеарифметического последовательности $\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}$ к s . Из сходимости же $(C, 1, 1)$ -среднего последовательности $\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}$ и ее медленного колебания следует (см. (1), стр. 586), что $\lim_{(m,n) \rightarrow \infty} \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = s$.

Доказательство теоремы 1. Из условий теоремы вытекает (см. (4)), что $\lim_{(m,n) \rightarrow \infty} \sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1} = s$, отсюда же, вследствие леммы 1. следует, что $\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}$ суммируется методом среднеарифметических к s .

Еще раз применяя теорему из (4), получим, что последовательности $\sigma_{\alpha,\beta}^{\alpha,\beta}$ суммируется методом (C, n, δ) к s .

Доказательство теоремы 2. Примем $n = \delta = 1$. Положим

$$t_{kl} = \frac{1}{(k+1)(l+1)} \sum_{m=0, n=0}^{k, l} \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}. \text{ Тогда}$$

$$\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = \Delta_{11} \{mnt_{m-1,n-1}\},$$

$$\begin{aligned} \sigma_{m,n}^{\alpha+1,\beta+1} &= \frac{1}{A_M^{\alpha+1} A_N^{\beta+1}} \sum_{m=0, n=0}^{M, N} A_m^\alpha A_n^\beta \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = \\ &= \frac{\alpha\beta}{A_M^{\alpha+1} A_N^{\beta+1}} \sum_{m=0, n=0}^{M-1, N-1} A_m^\alpha A_n^\beta t_{mn} - \frac{\alpha(N+1) A_N^{\beta+1}}{A_M^{\alpha+1} A_N^{\beta+1}} \sum_{m=0}^{M-1} A_m^\alpha t_{mN} - \\ &- \frac{\beta(M+1) A_M^{\alpha+1}}{A_M^{\alpha+1} A_N^{\beta+1}} \sum_{n=0}^{N-1} A_n^\beta t_{Mn} + \frac{A_M^\alpha A_N^\beta}{A_M^{\alpha+1} A_N^{\beta+1}} t_{MN} (M+1)(N+1). \end{aligned}$$

Из леммы 1 (из (1), стр. 575), ограниченности t_{mn} и $A_n^\alpha \cong \frac{n^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}$ следует $\lim_{(M,N) \rightarrow \infty} \sigma_{M,N}^{\alpha+1, \beta+1} = s$.

Рассмотрим общий случай. Из ограниченности и суммируемости последовательности $\sigma_{m,n}^{\alpha, \beta}$ методом (C, n, δ) вытекает (4) суммируемость последовательности $\sigma_{m,n}^{\alpha, \beta}$ методом $(C, 1, 1)$, а следовательно, и суммируемость последовательности s_{mn} методом $(C, \alpha+1, \beta+1)$. Так как последовательность s_{mn} суммируется методом $(C, \alpha+1, \beta+1)$ к s и имеет ограниченные (C, α, β) -средние, то, еще раз применяя теорему из (4), получим, что последовательность s_{mn} суммируется методом $(C, \alpha+n, \beta+\delta)$ к s .

Доказательство теоремы 3. Очевидно, можно принять, что $0 < n < 1$, $0 < \delta < 1$. Так как

$$\sigma_{m,n}^{\alpha+n, \beta+\delta} = (A_m^{\alpha+n} A_n^{\beta+\delta})^{-1} \sum_{k=0, l=0}^{m, n} A_{m-k}^{n-1} A_{n-l}^{\delta-1} A_k^\alpha A_l^\beta \sigma_{kl}^{\alpha\beta},$$

то

$$\begin{aligned} & \sigma_{m+p, n+q}^{\alpha+n, \beta+\delta} - \sigma_{m,n}^{\alpha+n, \beta+\delta} = \\ &= \sum_{k=0, l=0}^{m, n} \frac{A_{m+p-k}^{n-1} A_{n+q-l}^{\delta-1}}{A_{m+p}^{\alpha+n} A_{n+q}^{\beta+\delta}} \left(1 - \frac{A_{m+p}^{\alpha+n}}{A_m^{\alpha+n}} \frac{A_{n+q}^{\beta+\delta}}{A_n^{\beta+\delta}} \frac{A_{m-k}^{n-1}}{A_{m+p-k}^{n-1}} \frac{A_{n-l}^{\delta-1}}{A_{n+q-l}^{\delta-1}} \right) A_k^\alpha A_l^\beta \sigma_{kl}^{\alpha, \beta} + \\ &+ \frac{1}{A_{m+p}^{\alpha+n}} \frac{1}{A_{n+q}^{\beta+\delta}} \left(\sum_{k=m+1, l=0}^{m+p, n} + \sum_{k=0, l=n+1}^{m, n+q} + \sum_{k=m+1, l=n+1}^{m+p, n+q} \right) A_{m+p-k}^{n-1} A_{n+q-l}^{\delta-1} A_k^\alpha A_l^\beta \sigma_{kl}^{\alpha, \beta}. \end{aligned} \quad (1)$$

Покажем, что для $p = [m\delta_1]$, $q = [n\delta_2]$, $(m, n) \rightarrow \infty$, $(\delta_1, \delta_2) \rightarrow 0$ модуль каждого из слагаемых стремится к нулю. Для первого слагаемого из (1) имеем

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{k=0, l=0}^{m, n} \{ \dots \} \right| \leq \left| \sum_{k=1, l=0}^{[m\theta], [n\theta]} \{ \dots \} \right| + \left| \sum_{k=0, l=[n\theta]+1}^{[m\theta], n} \{ \dots \} \right| + \\ &+ \left| \sum_{k=[m\theta]+1, l=0}^{m, [n\theta]} \{ \dots \} \right| + \left| \sum_{k=[m\theta]+1, l=[n\theta]+1}^{m, n} \{ \dots \} \right|, \end{aligned} \quad (2)$$

где $0 < \theta < 1$.

Так как $0 < n < 1$, $0 < \delta < 1$, то отношения $A_{m-k}^{n-1} / A_{m+p-k}^{n-1}$, $A_{n-l}^{\delta-1} / A_{n+q-l}^{\delta-1}$ возрастают с ростом k и l .

Поэтому

$$\begin{aligned} & \left| \delta_{kl} \right| = \left| 1 - \frac{A_{m+p}^{\alpha+n}}{A_m^{\alpha+n}} \frac{A_{n+q}^{\beta+\delta}}{A_n^{\beta+\delta}} \frac{A_{m-k}^{n-1}}{A_{m+p-k}^{n-1}} \frac{A_{n-l}^{\delta-1}}{A_{n+q-l}^{\delta-1}} \right| \leq \\ & \leq \max \left\{ \left| 1 - \frac{A_{m+p}^{\alpha+n}}{A_m^{\alpha+n}} \frac{A_{n+q}^{\beta+\delta}}{A_n^{\beta+\delta}} \frac{A_{m-1}^{n-1}}{A_{m+p}^{n-1}} \frac{A_{n-1}^{\delta-1}}{A_{n+q}^{\delta-1}} \right|, \left| 1 - \frac{A_{m+p}^{\alpha+n}}{A_m^{\alpha+n}} \frac{A_{n+q}^{\beta+\delta}}{A_n^{\beta+\delta}} \frac{A_{m-[m\theta]}^{n-1}}{A_{m+p-[m\theta]}^{n-1}} \frac{A_{n-[n\theta]}^{\delta-1}}{A_{n+q-[n\theta]}^{\delta-1}} \right| \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из (3) получим, что $|\delta_{kl}| \rightarrow 0$ при $(m, n) \rightarrow \infty$, $(\delta_1, \delta_2) \rightarrow 0$, откуда и следует, что первое слагаемое в (2) стремится к нулю при $(m, n) \rightarrow \infty$, $(\delta_1, \delta_2) \rightarrow 0$.

Для второго слагаемого в (2), используя свойства чезаровских чисел и их асимптотическое представление, получим

$$\left| \sum_{k=0, l=[n\theta]+1}^{[m\theta], n} \{ \dots \} \right| \leq C(1-\theta)^\delta$$

для $(m, n) \rightarrow \infty$, $(\delta_1, \delta_2) \rightarrow 0$ и аналогичное выражение для третьего и четвертого слагаемых. Поэтому при θ , достаточно близком к единице, сумма трех последних слагаемых будет произвольно мала⁽⁵⁾. Рассуждая аналогично, нетрудно убедиться, что при $(m, n) \rightarrow \infty$, $(\delta_1, \delta_2) \rightarrow 0$ второе, третье и четвертое слагаемые в (1) стремятся к нулю.

Теорема доказывалась для $(\alpha, \beta) > 0$. Для других сочетаний знаков α и β рассуждения проводятся аналогично.

Для доказательства теоремы 4 нам необходимы следующие леммы.

Лемма 2. Если для функции $f(x, y)$, интегрируемой в $0 \leq (x, y) < 1$ $(1-x)^{\alpha+1}(1-y)^{\beta+1}f(x, y)$, $(\alpha, \beta) > 0$, ограничено для $0 \leq (x, y) < 1$ и $\lim_{(x, y) \rightarrow 1} (1-x)^{\alpha+1}(1-y)^{\beta+1}f(x, y) = s$, то

$$\lim_{(x, y) \rightarrow 1} (1-x)(1-y) \int_0^x \int_0^y (x-u)^{\alpha-1} (y-v)^{\beta-1} f(u, v) du dv = \frac{s}{\alpha\beta}.$$

Одномерный случай см. в (6). Двумерный случай рассматривается аналогично.

Лемма 3. Если последовательность s_{mn} ограничена, медленно колеблется и суммируется методом Абеля к s , то

$$\lim_{(m, n) \rightarrow \infty} s_{mn} = s.$$

Вытекает из (1) (см. стр. 580 и 586).

Доказательство теоремы 4. Из суммируемости ряда Σa_{kl} методом Абеля к s вытекает, что

$$\lim_{(x, y) \rightarrow 1} (1-x)^{(\alpha+1)+1} (1-y)^{(\beta+1)+1} \sum_{k=0, l=0}^{\infty} \sigma_{k, l}^{\alpha+1, \beta+1} A_k^{\alpha+1} A_l^{\beta+1} x^k y^l = s;$$

применяя лемму 2, получим, что

$$\lim_{(x, y) \rightarrow 1} (1-x)(1-y) \sum_{k=0, l=0}^{\infty} \sigma_{k, l}^{\alpha+1, \beta+1} x^k y^l = s.$$

Из этого, ограниченности и медленного колебания последовательности $\sigma_{k, l}^{\alpha+1, \beta+1}$ (вследствие теоремы 3) получим, используя лемму 3, что

$$\lim_{(k, l) \rightarrow \infty} \sigma_{k, l}^{\alpha+1, \beta+1} = s.$$

Вследствие медленного колебания и ограниченности последовательности $\sigma_{k, l}^{\alpha, \beta}$ отсюда (см. следствие леммы 1) получим, что $\lim_{(k, l) \rightarrow \infty} \sigma_{k, l}^{\alpha, \beta} = s$.

Теорема 4 вначале была доказана для целых α и β . С. Б. Стечкин заметил, что теорему можно доказать для произвольных $(\alpha, \beta) > -1$, если, сохраняя общую схему первоначального доказательства, показать справедливость следствия леммы 1. Пользуюсь случаем выразить благодарность С. Б. Стечкину.

Днепропетровский государственный университет

Поступило
16 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ К. Кноп, Math. Zs., **45**, 573 (1939). ² Г. Харди, Расходящиеся ряды, 1951.
³ А. Andersen, Studier over Cesaro's Summabilitats Methode, Copenhagen, 1921.
⁴ М. Ф. Тиман, ДАН, **76**, № 5 (1951). ⁵ А. Зигмунд, Тригонометрические ряды, 1939, стр. 261. ⁶ Е. Титчмарш, Теория функций, 1951, стр. 275.

Ю. М. СМЕРНОВ

О РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВ БЛИЗОСТИ

(Представлено академиком П. С. Александровым 6 II 1954)

Размерность пространств близости* в первую очередь естественно определить так же, как определяют размерность \dim топологических пространств, основанную на конечных открытых покрытиях.

Назовем δ -размерностью δd пространства близости P наименьшее из всех таких целых чисел $n \geq 0$, что в любое конечное δ -покрытие** δ -пространства P можно вписать конечное δ -покрытие кратности $\leq n + 1$; если таких чисел n нет, то положим $\delta d P = \infty$.

В излагаемой теории δ -размерности основное значение имеет следующее предложение, позволяющее как предугадывать, так и доказывать многие факты этой теории, сводя их к известным предложениям обычной теории размерности:

Теорема 1. *δ -размерность δ -пространства P совпадает с размерностью его бикомпактного (абсолютно замкнутого) δ -расширения uP : $\delta d P = \dim uP$.*

Сравнительно легко получают важные следствия:

1. *Для бикомпактных δ -пространств δ -размерность совпадает с их размерностью.*
2. *δ -размерность является инвариантом при δ -гомеоморфных отображениях.*
3. *Если $A \subseteq P$, то $\delta d A \leq \delta d P$.*
4. *Если A плотно в P , то $\delta d A = \delta d P$.*
5. *Для любого конечного числа любых подмножеств A_i δ -пространства P всегда $\delta d (\bigcup_i A_i) = \max_i \delta d A_i$.*

Из приведенных предложений видно, что δ -размерность даже для самых „хороших“ δ -пространств не совпадает с топологической их размерностью: взяв в n -мерном кубе Q^n или в гильбертовом параллелипипеде Q^∞ счетное всюду плотное множество A^n , соотв. A^∞ , найдем, что δ -размерность множества A^n , соотв. A^∞ , равна n или, соотв., ∞ , в то время как топологическая размерность каждого из них равна нулю. Видно также, что теория δ -размерности во многом от-

* Условимся всюду далее пространства близости ^(1, 2) кратко называть δ -пространствами.

** Покрытие γ δ -пространства P называется δ -покрытием, если для любых двух близких множеств A и B существует элемент $\Gamma \in \gamma$, пересекающийся как с A , так и с B . Конечное покрытие $\gamma = \{\Gamma_1, \dots, \Gamma_k\}$ является δ -покрытием тогда и только тогда, когда можно подобрать такие множества $A_i \subseteq \Gamma_i$ (это значит, что A_i не близко к $P \setminus \Gamma_i$), $i \leq k$, что $\bigcup_{i \leq k} A_i = P$ (⁽²⁾, стр. 568).

лична от теории размерности, так что аналогия, которая между ними имеет место, не является поверхностной. Одним из таких серьезных отличий является то, что известная в теории размерности теорема суммы для счетного числа слагаемых замкнутых множеств, как показывает вышеприведенный пример, будучи сформулированной для δ -размерности, становится неверной, в то время как для конечного числа слагаемых она верна и без предположения замкнутости. Наоборот, теория существенных отображений П. С. Александрова (см. (3), п. 4) при надлежащем видоизменении определений в основном остается верной и для δ -размерности.

δ -отображение* f δ -пространства P в бикомпакт** Φ назовем α -отображением, где α — какое-нибудь δ -покрытие δ -пространства P , если для каждого $x \in \Phi$ можно найти такую окрестность Ox , полный прообраз которой при отображении f содержится в некотором элементе покрытия α . Так как всякое непрерывное отображение одного бикомпакта в другой является δ -отображением, а всякое открытое конечное покрытие того или иного бикомпакта является его δ -покрытием, то в случае бикомпактности пространства P новое определение α -отображения совпадает со старым топологическим его определением. Назовем далее отображение f пространства X в пространство Y плотным, если образ пространства X при этом отображении является плотным в Y множеством.

Теорема 2. δ -размерность δ -пространства P есть наименьшее из всех таких целых чисел $n \geq 0$, что для любого δ -покрытия α пространства P существует (плотное) α -отображение пространства P в некоторый n -мерный полиэдр (бикомпакт); если же таких целых чисел n нет, то $\delta dP = \infty$.

Заметим, что, вообще говоря, устроить отображение δ -пространства δ -размерности n на n -мерный полиэдр нельзя, как показывает пример любого счетного δ -пространства положительной δ -размерности.

Теорема 3. δ -размерность δ -пространства P есть наименьшее из всех целых чисел $n \geq 0$, для каждого из которых всякое δ -отображение любого (замкнутого) множества $A \subseteq P$ в n -мерную сферу можно продолжить в δ -отображение на все P .

Наконец, назовем δ -отображение f δ -пространства P в замкнутый шар Q^n существенным, если не существует никакого δ -отображения g пространства P в границу S^{n-1} шара Q^n , совпадающего с отображением f на множестве $f^{-1}(S^{n-1})$.

Теорема 4. δ -размерность δ -пространства P есть наибольшее из всех целых чисел $n \geq 0$, для каждого из которых имеется существенное отображение в n -мерный замкнутый шар.

Первым шагом в изучении δ -размерности множеств, лежащих в евклидовых пространствах, явилась следующая

Теорема 5. Для того чтобы множество A n -мерного евклидова пространства E^n имело δ -размерность n , необходимо и достаточно, чтобы существовало такое положительное число r , что для всякого положительного числа ε можно было найти шар радиуса r , в котором множество A составляет ε -сеть.

Вот два следствия этой теоремы:

1. Всякое множество, где-либо плотное в E^n , в частности, всякое открытое в E^n множество, имеет δ -размерность n .

* Отображение одного δ -пространства в другое называется δ -отображением, если оно близкие множества переводит в близкие ((2), стр. 543).

** Всякий бикомпакт можно превратить в δ -пространство всего лишь одним способом: надо назвать близкими лишь те множества, замыкания которых пересекаются.

2. Ограниченное множество пространства E^n тогда и только тогда имеет δ -размерность n , когда оно где-либо плотно в E^n .

Для неограниченных, хотя бы даже замкнутых множеств, последнее утверждение уже неверно, как показывает следующий пример: возьмем в E^n последовательность $Q_1^n, Q_2^n, \dots, Q_j^n, \dots$ непересекающихся попарно шаров Q_j^n радиуса 1. Для каждого j в шаре Q_j^n возьмем какую-нибудь ε -сеть S_j , состоящую из $k_j \geq j$ точек. Тогда множество $S^n = \bigcup_j S_j$ будет замкнутым счетным нигде не плотным множеством

δ -размерности n . Из этого примера видно, что δ -размерность того или иного множества зависит от того, как оно сгущается при удалении в бесконечность. Для исследования этого обстоятельства назовем δ -окаймлением δ -пространства P всякую такую конечную систему γ его множеств $\Gamma_1, \dots, \Gamma_k$, к которой можно так подобрать множества $A_1 \subseteq \Gamma_1, \dots, A_k \subseteq \Gamma_k$, что замыкание $(\text{в } P)$ дополнения $P \setminus \bigcup_{i \leq k} A_i$

бикомпактно. Назовем краевой δ -размерностью δd^∞ пространства P наименьшее из таких целых чисел $n \geq -1$, что во всякое δ -окаймление δ -пространства P можно вписать δ -окаймление кратности $\leq n+1$; если же таких чисел n нет, то положим $\delta d^\infty P = \infty$. Оказывается, верна

Теорема 6. Краевая δ -размерность δ -пространства P равна δ -размерности края $uP \setminus P$ этого пространства: $\delta d^\infty P = \delta d(uP \setminus P)$.

Назовем теперь, следуя П. С. Александрову, относительной размерностью* rd вполне регулярного пространства R наибольшее из всех таких целых чисел $n \geq 0$, для каждого из которых в R имеется бикомпакт размерности n ; если же наибольшего среди таких чисел n нет, то положим $rdR = \infty$.

Теорема 7. Для любого δ -пространства P имеем

$$\delta dP = \max \{ \delta d^\infty P, rdP \}.$$

Изложенные результаты позволяют ввести надлежащее определение размерности для вполне регулярных, но не нормальных пространств, совпадающее с обычным определением в случае нормальных пространств**

Скажем, что множество A вполне регулярного пространства R функционально вложено во множество B того же пространства, если множества A и $R \setminus B$ функционально отделимы. Назовем теперь конечное покрытие $\gamma = \{\Gamma_1, \dots, \Gamma_k\}$ этого пространства нормальным***, если в каждое $\Gamma_i \in \gamma$ можно так функционально вложить множество A_i , что $\bigcup_{i \leq k} A_i = R$.

Наконец, размерностью \dim вполне регулярного пространства R назовем наименьшее из всех таких целых чисел $n \geq 0$, что в любое нормальное покрытие этого пространства можно вписать нормальное покрытие кратности $\leq n+1$. Легко видеть, что для нормальных пространств так определенная размерность совпадает с обычной и что $\dim R = \dim \beta R$.

* Относительно $\beta R \supseteq R$; см. (3), стр. 26.

** Обычное понятие размерности \dim , приложенное к таким пространствам, страдает многими недостатками, одним из которых является хотя бы тот факт, что размерность βR может не совпадать с размерностью самого R .

*** Понятие нормального покрытия введено еще в (4), стр. 153. Там же (см. теорему 1) доказано, что всякое открытое нормальное покрытие можно продолжить в открытое покрытие на максимальное бикомпактное расширение βR .

Заметим, что нормальные покрытия вполне регулярного пространства R суть не что иное как δ -покрытия максимального* δ -пространства $P = R_\beta$ (совместимого с R), в котором считаются близкими лишь функционально неотделимые множества, а непрерывные отображения вполне регулярного пространства X во вполне регулярное пространство Y суть δ -отображения δ -пространства X_β в δ -пространство Y_β .

Тем не менее теория размерности вполне регулярных пространств не совпадает целиком с теорией δ -размерности максимальных δ -пространств, хотя бы потому, что множество A , лежащее в максимальном δ -пространстве R_β , взятое с тою близостью, которую на нем порождает R_β , может и не быть максимальным δ -пространством. Это всегда так лишь в том случае, когда A является замкнутым множеством. Поэтому все теоремы, доказанные для δ -размерности, оказываются справедливыми и для определенной здесь размерности \dim вполне регулярных пространств, если только в их формулировках вместо δ -покрытий брать нормальные (открытые) покрытия, вместо тех или иных подмножеств брать лишь замкнутые подмножества, вместо δ -отображений брать непрерывные отображения, а под плотными отображениями понимать отображения „на“ и т. п. Заметим, наконец, что многие предложения теории размерности нормальных пространств, не укладывающиеся в теорию δ -размерности, легко переносятся и на этот более общий случай. Так, например, дело обстоит с известной теоремой суммы: *если вполне регулярное пространство R представлено в виде суммы счетного или конечного числа замкнутых множеств A_i , то $\dim R = \sup \{\dim A_i\}$.*

Поступило
25 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. А. Ефремович, ДАН, **76**, № 3, 341 (1951). ² Ю. М. Смирнов, Матем. сборн., **31** (73) : 3, 543 (1952). ³ П. С. Александров, Proc. Roy. Soc., A, **189**, 11 (1947). ⁴ Ю. М. Смирнов, Матем. сборн., **31** (73) : 1, 152 (1952).

* Максимальное δ -пространство $P = R_\beta$ вполне регулярного пространства R порождается его максимальным бикompактным расширением $\beta R = uP$.

М. К. ФАГЕ

**ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ
ОПЕРАТОРОВ (НА ОСНОВЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ)**

(Представлено академиком В. И. Смирновым 30 I 1954)

Введение. В спектральной теории ограниченного линейного оператора A его резольвента $R(w) = (wI - A)^{-1}$ (I — единичный оператор, w — комплексное переменное), представимая при $|w| > |A|$ ($|A|$ — норма оператора A) рядом

$$R(w) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^n}{w^{n+1}}, \quad (1)$$

служит для получения интегрального представления A и его итераций (степеней):

$$A^n = \frac{1}{2\pi i} \int_C R(w) w^n dw, \quad (2)$$

где C — замкнутый контур, лежащий в области $|w| > |A|$. Если удастся найти полное аналитическое продолжение $R(w)$ ряда (1) и исследовать поведение функции $R(w)$ около множества Δ ее особых точек, то контурные интегралы (2) можно иногда преобразовать к интегралам (или суммам) по множеству Δ (= спектру оператора A), и мы получаем спектральное представление A и его итераций. Так обстоит дело в случае самосопряженного оператора A в гильбертовом пространстве, когда Δ есть отрезок вещественной оси. Но может оказаться, что ряд (1) есть целая функция от w^{-1} , $R(w)$ не имеет особых точек, кроме $w = 0$, и тогда представление (2) сводится к тривиальности: $A^n = A^n$; этот случай имеет место, например, для интегрального оператора $A = A(x, s)$ с вольтерровским ядром.

Однако резольвента $R(w)$ обладает одним свойством, позволяющим обобщить ее определение так, что получаются нетривиальные представления типа (2) и в случае некоторых вольтерровских ядер. Именно, как известно, ряд (1), изображающий $R(w)$ при больших значениях $|w|$, является преобразованием Бореля показательной функции оператора A

$$E(z) = e^{zA} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n A^n}{n!} \quad (3)$$

Функции $E(z)$ и $R(w)$ связаны при этом интегральной формулой

$$E(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C e^{zw} R(w) dw, \quad (4)$$

эквивалентной (2) в силу (3). Для вольтерровских операторов это представление (4) носит тривиальный характер, так как контур C можно стянуть к точке $w = 0$ вследствие регулярности $R(w)$. Но если определить точный порядок роста целой функции $E(z)$ и сделать соответствующую замену переменного z , то можно уравнивать порядок

роста E с порядком роста e^{zw} (т. е. с 1), и тогда можно ожидать, что представление E через ее борелевское преобразование окажется нетривиальным.

Целью настоящей заметки является применение этой схемы к интегральному оператору $A = A(x, s)$, ядро которого есть функция влияния (функция Грина) одноточечной краевой задачи (задачи с начальными данными, задачи Коши) обыкновенного линейного дифференциального уравнения; это ядро является вольтерровским, и поэтому обычная схема с резольвентой $(wI - A)^{-1}$ приводит к тривиальным интегральным («спектральным») представлениям.

§ 1. Порядок показательной функции. Пусть $L(y) = y^{(k)} + p_1(x)y^{(k-1)} + \dots + p_k(x)y$ есть однородный линейный дифференциальный оператор k -го порядка с непрерывными действительными коэффициентами, заданный на конечном интервале $0 \leq x \leq X$ или на полупрямой $0 \leq x < X = +\infty$. Рассмотрим одноточечную краевую задачу

$$L(y) = f(x), \quad y(0) = y'(0) = \dots = y^{(k-1)}(0) = 0 \quad (5)$$

с непрерывной действительной $f(x)$. Ее решение дается формулой $y(x) = \int_0^x A(x, s)f(s)ds$, где $A(x, s)$ — функция влияния. Из условий, определяющих $A(x, s)$ (см., например, (1), гл. XI), вытекают следующие оценки: $a \frac{(x-s)^{k-1}}{(k-1)!} \leq A(x, s) \leq |A(x, s)| \leq b \frac{(x-s)^{k-1}}{(k-1)!}$, получаемые в предположении изменения x, s на произвольном, но ограниченном промежутке $0 \leq s \leq x \leq x_1 (\leq X)$; при этом левая оценка верна лишь для достаточно малой разности $x-s$; здесь a — достаточно малое, а b — достаточно большое положительные числа. Отсюда получаем соответствующие оценки итераций $A_n(x, s)$ ядра $A(x, s)$ — в тех же предположениях:

$$a^n \frac{(x-s)^{kn-1}}{(kn-1)!} \leq A_n(x, s) \leq |A_n(x, s)| \leq b^n \frac{(x-s)^{kn-1}}{(kn-1)!}.$$

Для того чтобы пользоваться аппаратом интегральных операторов, отбрасываем от показательной функции (3) ее начальный член I и определяем функцию трех переменных z, x, s , целую по z :

$$E(z; x, s) = e^{zA} - I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n A_n(x, s)}{n!}. \quad (6)$$

Из оценок для $A_n(x, s)$ получаем, что при закрепленных x, s порядок роста $\rho(x, s)$ функции (6) не превосходит $\frac{1}{k+1}$; но при достаточно малой $x-s$ он и не меньше $\frac{1}{k+1}$. Таким образом, называя $\max_{x \geq s} \rho(x, s)$ просто порядком роста функции $E(z; x, s)$, приходим к следующему результату:

Теорема 1. Порядок роста показательной функции от функции влияния одноточечной краевой задачи (5) равен $\frac{1}{k+1}$.

§ 2. Характеристическая функция. В соответствии со схемой, описанной во введении, заменяем в выражении (6) z на z^{k+1} , получаем целую функцию $E(z^{k+1}; x, s)$ порядка 1 и строим ее преобразование Бореля

$$R(w; x, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[(k+1)n!] A_n(x, s)}{n!} \frac{1}{w^{(k+1)n+1}}. \quad (7)$$

Из оценок для $A_n(x, s)$ находим оценки радиуса сходимости $r(x, s)$ ряда (7):

$$\begin{aligned} r_1(x-s) &\equiv (k+1) \left[a \left(\frac{x-s}{k} \right)^k \right]^{\frac{1}{k+1}} \leq \\ &\leq r(x, s) \leq (k+1) \left[b \left(\frac{x-s}{k} \right)^k \right]^{\frac{1}{k+1}} \equiv r_2(x-s), \end{aligned} \quad (8)$$

и, следовательно, ряд (7) сходится, если $|w| > r_2(x-s)$, но расходится, если $|w| < r_1(x-s)$ и $x-s$ достаточно мало. Таким образом, (7) не есть целая функция от w^1 , и поэтому следующие интегральные представления, получаемые из (7), не являются тривиальными:

$$\begin{aligned} A_n(x, s) &= \frac{1}{2\pi i} \frac{n}{(kn+n)!} \int_C R(w; x, s) w^{kn+n} dw, \\ E(z^{k+1}; x, s) &= \frac{1}{2\pi i} \int_C R(w; x, s) e^{zw} dw; \end{aligned} \quad (9)$$

здесь C лежит в области $|w| > r(x, s)$.

Рассмотрим теперь ту же краевую задачу, но с простейшим дифференциальным оператором $L(y) = y^{(k)}$. Тогда $A(x, s) = \frac{(x-s)^{k-1}}{(k-1)!}$, $A_n(x, s) = \frac{(x-s)^{kn-1}}{(kn-1)!}$, и, следовательно, характеристическая функция $R(w; x, s)$ имеет при больших $|w|$ следующее разложение:

$$R(w; x, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(kn+n)!}{(kn-1)! n!} \frac{(x-s)^{kn-1}}{w^{kn+n+1}} \quad (10)$$

с радиусом сходимости $r_0(x-s) = (k+1) \left(\frac{x-s}{k} \right)^{\frac{k}{k+1}}$. $R(w; x, s)$ оказывается алгебраической функцией от w ; для того чтобы это показать, найдем ее первообразную $R_1(w; x, s)$ по w , обращающуюся в $-\frac{1}{x-s}$ при $w \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} R_1(w; x, s) &= -\frac{1}{x-s} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(kn+n-1)!}{(kn-1)! n!} \frac{(x-s)^{kn}}{w^{kn+n}} \right\} = \\ &= -\frac{1}{x-s} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \binom{kn+n-1}{n} \zeta^n \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\zeta = \frac{(x-s)^k}{w^{k+1}}. \quad (12)$$

Ряд по ζ в фигурных скобках суммируется известным способом (см. (2), отд. III, задача 216); таким образом,

$$R_1(w; x, s) = \frac{1}{x-s} \frac{1}{kt-k-1}, \quad (13)$$

где $t = t(\zeta)$ есть тот корень уравнения

$$\zeta t^{k+1} - t + 1 = 0, \quad (14)$$

который обращается в 1 при $\zeta \rightarrow 0$ (т. е. при $w \rightarrow \infty$).

Особые точки $R_1(w; x, s)$ получаются при $t = \frac{k+1}{k}$; в силу (14) и (12) это будут

$$w_m \equiv w_m(x-s) = (k+1) \left(\frac{x-s}{k} \right)^{\frac{k}{k+1}} e^{\frac{2\pi i m}{k+1}} \quad (m = 0, 1, \dots, k). \quad (15)$$

Они расположены, как и должно быть, на окружности радиуса $r_0(x-s)$ и при изменении x, s ($0 \leq s \leq x \leq X$) заполняют $k+1$ отрезков длины $r_0(X) = u_0$, симметрично расположенных в плоскости w вокруг нулевой точки. Эта «звезда» и есть «спектр» Δ краевой задачи (5) при $L(y) = y^{(k)}$.

Подставим (12) в (14) и отыщем по известному правилу (см., например, ⁽³⁾, § 38) разложение по дробным степеням $w - w_m$ того решения $t = t(w)$ полученного уравнения, которое при $w = w_m$ обращается в $\frac{k+1}{k}$; найдем $t = \frac{k+1}{k} + b_m(w - w_m)^{1/2} + C_m(w - w_m)^\varepsilon + \dots$ ($1/2 < \varepsilon < \dots$) и подставим в (13). Приходим к следующему результату:

Теорема 2. *Характеристическая функция $R(w; x, s)$ краевой задачи (5) для оператора $L(y) = y^{(k)}$ при закрепленных $x \geq s$ есть алгебраическая функция w с особыми точками (15), составляющими при изменении x, s звезду Δ — «спектр» краевой задачи. Первообразная $R_1(w; x, s)$ характеристической функции определяется уравнениями (13), (14), (12) и около особых точек (15) обращается в ∞ как $(w - w_m)^{-1/2}$; она является периодической функцией от $\arg w$ с периодом $\frac{2\pi}{k+1}$.*

Последнее утверждение следует из разложения (11), аналитическим продолжением которого является $R_1(w; x, s)$, а также из формул (12) — (14).

§ 3. Спектральное представление. Так как $R_1(w; x, s)$ однозначна по w при $|w| > r_0(x-s)$, то контурные интегралы (9) можно преобразовать интеграцией по частям, введя R_1 , затем сделать предельный переход к звезде Δ и при этом (вследствие периодичности R_1) сохранить в пределе интеграцию лишь по отрезку $0 \leq u \leq \leq r_0(x-s)$ вещественной оси плоскости w :

Теорема 3. *Для краевой задачи (5) при $L(y) = y^{(k)}$ существует вещественная функция $f(u; x, s)$, определенная и аналитическая по u на интервале $0 \leq u < r_0(x-s)$, обращающаяся в ∞ как $[w - r_0(x-s)]^{-1/2}$ на его правом конце $r_0(x-s)$ и такая, что интеграции $A_n(x, s) = \frac{(x-s)^{kn-1}}{(kn-1)!}$ функции влияния $A(x, s) = \frac{(x-s)^{k-1}}{(k-1)!}$ и ее*

показательная функция $E(z^{k+1}; x, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-s)^{kn-1} z^{kn+n}}{(kn-1)! n!}$ (безначального члена Γ) имеют интегральные представления:

$$A_n(x, s) = \frac{n!}{(kn+n)!} \int_0^{r_0(x-s)} f(u; x, s) du^{kn+n},$$

$$E(z^{k+1}; x, s) = \int_0^{r_0(x-s)} f(u; x, s) de^{zu}. \quad (16)$$

Функцию $f(u; x, s)$ можно назвать спектральной функцией рассмотренной краевой задачи, u — ее спектральным параметром.

Черновицкий государственный университет

Поступило
1 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Э. П. Айнс, Обыкновенные дифференциальные уравнения, Харьков, 1939.
² Г. Полиа, Г. Сеге, Задачи и теоремы из анализа, 1, М. — Л., 1937. ³ Н. Г. Чеботарев, Теория алгебраических функций, М. — Л., 1948. ⁴ Г. Н. Ватсон, Теория бесселевых функций, ч. 1, М., 1949.

С. А. ЧУНИХИН

О РАЗЛОЖЕНИИ П-ОТДЕЛИМЫХ ГРУПП В ПРОИЗВЕДЕНИЕ ПОДГРУПП

(Представлено академиком И. М. Виноградовым 21 I 1954)

§ 1. Произведением \mathfrak{AB} некоторых совокупностей \mathfrak{A} и \mathfrak{B} элементов группы \mathfrak{G} (в смысле Фробениуса) называют множество элементов \mathfrak{G} , представимых в виде: $G = AB$, $A \in \mathfrak{A}$, $B \in \mathfrak{B}$. Подобные произведения, множителями которых обычно на практике являются некоторые подгруппы, очень часто используются в теории групп и играют в ней весьма важную роль. К ним, в частности, прибегают с целью получения по данным подгруппам новых подгрупп того или иного требуемого вида, а также для установления критериев простоты или разрешимости группы.

Так например, в 1930 г. нами была доказана ⁽¹⁾ теорема: если порядки трех классов сопряженных элементов конечной группы попарно взаимно просты, то группа не может быть простой. Для доказательства была сначала получена следующая лемма: если $\mathfrak{G} = \mathfrak{AB}$, где \mathfrak{A} и \mathfrak{B} — подгруппы \mathfrak{G} , причем $\mathfrak{A} \cap \mathfrak{B} \neq \mathfrak{E}$ (\mathfrak{E} — единичная подгруппа) и $\mathfrak{A} \cap \mathfrak{B}$ содержит собственный нормальный делитель какой-либо из групп \mathfrak{A} и \mathfrak{B} , то группа \mathfrak{G} — не простая.

Эта лемма была в 1939 г. вторично доказана Орэ (теорема 12 главы I работы ⁽²⁾) и в третий раз — в 1950 г. Сепом и Редее (теорема 2 работы ⁽³⁾).

Представление группы в форме произведения ее подгрупп («факторизация» группы) исследовалось также Ф. Голлом ⁽⁴⁾ Г. Цанпа, Ф. Казадио, Н. Ито, Г. Виландтом, а также и в ряде других работ Сепы и Редее (обзор литературы см. ⁽⁵⁾).

В настоящей работе показывается возможность разложения в произведение своих подгрупп для введенных нами ранее ⁽⁶⁾ так называемых П-отделимых групп. Мы пользуемся при этом нашими прежними обозначениями и определениями (см., например, ⁽⁷⁾).

§ 2. Теорема 1. Пусть m — наибольший П-силовский делитель порядка g П-отделимой группы \mathfrak{G} . Тогда всякому представлению m в виде произведения двух взаимно простых множителей $m = m_1 m_2$ соответствует представление группы \mathfrak{G} в виде произведения $\mathfrak{G} = \mathfrak{M}_1 \mathfrak{M}_2$, где \mathfrak{M}_1 и \mathfrak{M}_2 — некоторые такие подгруппы \mathfrak{G} , для которых числа m_1 и m_2 , соответственно, являются наибольшими П-силовскими делителями их порядков.

Доказательство. Допустим, что теорема неверна. Тогда среди групп, для которых она не выполняется, выберем группу \mathfrak{G} , имеющую наименьший порядок g . Это значит, что существует такое множество простых чисел Π , что группа \mathfrak{G} является П-отделимой, но утверждение теоремы по отношению к \mathfrak{G} и Π не выполняется. Так как при $m = 1$ имеется только одно разложение $m = 1 \cdot 1$, которому соответствует представление $\mathfrak{G} = \mathfrak{GG}$ требуемого вида, то $m > 1$. Поэтому Π не пусто и $g > 1$.

Далее, так как разбиению $m = m \cdot 1$ тоже соответствует представление $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}\mathfrak{E}$ (\mathfrak{E} — единичная подгруппа) требуемого теоремой вида, то $1 < m_1 < m$ и $1 < m_2 < m$.

Отсюда, в силу $(m_1, m_2) = 1$, вытекает, что в разложении числа m на простые множители $m = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$, где p_1, p_2, \dots, p_k — все различные простые делители m , число $k > 1$.

Возьмем теперь предпоследний член $\mathfrak{Z} \neq \mathfrak{E}$ главного ряда группы \mathfrak{G} . Так как $k > 1$, то нормальный делитель \mathfrak{Z} группы \mathfrak{G} отличен от \mathfrak{E} .

Группа \mathfrak{G} является П-отделимой, поэтому легко доказать — подобно предложению (H) работы⁽⁸⁾, — что наибольший П-силовский делитель порядка l группы \mathfrak{Z} или имеет вид $p_i^{\omega_i} > 1$, где p_i — одно из чисел p_1, p_2, \dots, p_k , или же равен единице.

Рассмотрим отдельно оба этих возможных случая.

1) Порядок \mathfrak{Z} равен $l = p_i^{\omega_i} t > 1$, где $(m, t) = 1$ и $p_i^{\omega_i} > 1, 1 \leq \omega_i \leq \alpha_i$.

Рассмотрим сначала случай $t = 1$. Тогда $l = p_i^{\omega_i} > 1$. Число p_i должно делить одно из чисел m_1 и m_2 . Пусть p_i делит m_1 . Тогда фактор-группа $\mathfrak{G}/\mathfrak{Z}$ будет П-отделимой группой⁽⁶⁾ порядка $g/p_i^{\omega_i}$. Так как $\mathfrak{Z} \neq \mathfrak{E}$ и $\mathfrak{Z} \neq \mathfrak{G}$, то $1 < g/p_i^{\omega_i} < g$. Поэтому теорема для $\mathfrak{G}/\mathfrak{Z}$ справедлива. Так как наибольший П-силовский делитель порядка группы $\mathfrak{G}/\mathfrak{Z}$, очевидно, равен $m/p_i^{\omega_i}$ и допускает разложение $m/p_i^{\omega_i} = (m_1/p_i^{\omega_i})m_2$, то это означает, что $\mathfrak{G}/\mathfrak{Z} = (\mathfrak{M}_1/\mathfrak{Z})(\mathfrak{M}_2/\mathfrak{Z})$, где $\mathfrak{M}_1/\mathfrak{Z}$ и $\mathfrak{M}_2/\mathfrak{Z}$ — подгруппы $\mathfrak{G}/\mathfrak{Z}$, наибольшими П-силовскими делителями порядков которых являются, соответственно, числа $m_1/p_i^{\omega_i}$ и m_2 . Но тогда $\mathfrak{G} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ и наибольшим П-силовским делителем порядка m_1 подгруппы \mathfrak{M}_1 будет m_1 , а наибольшим П-силовским делителем порядка m_2 подгруппы \mathfrak{M}_2 будет $p_i^{\omega_i} m_2$.

Так как $(m_1, m_2) = 1$ и $p_i^{\omega_i}$ делит по условию m_1 , то и $(p_i^{\omega_i}, m_2) = 1$. Подгруппа \mathfrak{Z} является нормальным делителем \mathfrak{G} и входит, очевидно, в \mathfrak{M}_2 . Поэтому она инвариантна и в \mathfrak{M}_2 . Применяя к \mathfrak{M}_2 и \mathfrak{Z} теорему Шура⁽⁷⁾, заключаем, в силу $(p_i^{\omega_i}, m_2) = 1$, что \mathfrak{M}_2 имеет подгруппу \mathfrak{M}'_2 порядка $m_2/p_i^{\omega_i}$. Таким образом, наибольший П-силовский делитель порядка \mathfrak{M}_2 равен m_2 и $\mathfrak{M}_2 = \mathfrak{Z}\mathfrak{M}'_2$. Тогда $\mathfrak{G} = \mathfrak{M}_1(\mathfrak{Z}\mathfrak{M}'_2)$. Но \mathfrak{Z} входит и в \mathfrak{M}_1 . Поэтому $\mathfrak{G} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}'_2$, где \mathfrak{M}_1 и \mathfrak{M}'_2 — подгруппы требуемого теоремой вида.

Получилось противоречие. Так как m_1 и m_2 равноправны, то так же рассматривается и случай, когда $p_i^{\omega_i}$ делит m_2 .

Пусть теперь $t > 1$. Рассмотрим силовскую подгруппу \mathfrak{P} порядка $p_i^{\omega_i} > 1$ группы \mathfrak{Z} . Так как \mathfrak{Z} — нормальный делитель \mathfrak{G} , то все подгруппы \mathfrak{G} , сопряженные с \mathfrak{P} в \mathfrak{G} , входят в \mathfrak{Z} и, как силовские подгруппы \mathfrak{Z} , будут сопряжены с \mathfrak{P} и в \mathfrak{Z} . Если $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ и $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ — нормализаторы \mathfrak{P} , соответственно, в \mathfrak{Z} и в \mathfrak{G} , то из предыдущего следует, что индекс $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ в \mathfrak{Z} равен индексу $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ в \mathfrak{G} . Но индекс $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ в \mathfrak{Z} , очевидно, взаимно прост с m . Поэтому порядок $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ делится на m . Так как \mathfrak{Z} является предпоследним членом главного ряда \mathfrak{G} и так как, в силу $t > 1$, $\mathfrak{P} \neq \mathfrak{Z}$, то \mathfrak{P} не может быть инвариантной в \mathfrak{G} , и поэтому порядок $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ меньше g . Кроме того, $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$, как подгруппа П-отделимой группы \mathfrak{G} , тоже П-отделима. Следовательно, теорема для $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ справедлива. Из всего предыдущего вытекает, что для $\mathfrak{B}_{\mathfrak{P}}$ существует представление в виде $\mathfrak{B}^{\mathfrak{P}} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$, причем наибольший П-силовский

делитель порядка \mathbb{M}_1 равен m_1 , а наибольший П-силовский делитель порядка \mathbb{M}_2 равен m_2 . Рассмотрим теперь подгруппу $\mathbb{B}_\mathfrak{P}\mathfrak{L}$. Для нее имеем $[\mathbb{B}_\mathfrak{P}\mathfrak{L}] = [\mathbb{B}_\mathfrak{P}][\mathfrak{L}]/[\mathbb{B}_\mathfrak{P} \cap \mathfrak{L}]$, где $[\mathbb{B}_\mathfrak{P}\mathfrak{L}]$, $[\mathbb{B}_\mathfrak{P}]$, $[\mathfrak{L}]$ и $[\mathbb{B}_\mathfrak{P} \cap \mathfrak{L}]$ обозначают порядки соответствующих групп. Но $\mathbb{B}_\mathfrak{P} \cap \mathfrak{L} = \mathbb{B}'_\mathfrak{P}$. Поэтому $[\mathbb{B}_\mathfrak{P}\mathfrak{L}] = [\mathbb{B}_\mathfrak{P}][\mathfrak{L}]/[\mathbb{B}'_\mathfrak{P}] = [\mathbb{B}_\mathfrak{P}](\mathfrak{L}/[\mathbb{B}'_\mathfrak{P}])$. Но индекс $\mathbb{B}_\mathfrak{P}$ в \mathfrak{G} , как мы видели выше, равен $[\mathfrak{L}]/[\mathbb{B}'_\mathfrak{P}]$. Поэтому порядок $\mathbb{B}_\mathfrak{P}\mathfrak{L}$ равен g , т. е. $\mathfrak{G} = \mathbb{B}_\mathfrak{P}\mathfrak{L}$. Следовательно, $\mathfrak{G} = (\mathbb{M}_1\mathbb{M}_2)\mathfrak{L}$. Если p_i делит m_1 , то тогда $\mathfrak{G} = (\mathbb{M}_1\mathfrak{L})\mathbb{M}_2$ и $\mathbb{M}_1\mathfrak{L}$ и \mathbb{M}_2 будут подгруппами требуемого вида. Если же p_i делит m_2 , то тогда $\mathfrak{G} = \mathbb{M}_1(\mathbb{M}_2\mathfrak{L})$ и \mathbb{M}_1 и $\mathbb{M}_2\mathfrak{L}$ опять будут подгруппами требуемого вида.

В обоих случаях получается противоречие.

2) Порядок $l > 1$ группы \mathfrak{L} взаимно прост с m .

Тогда фактор-группа $\mathfrak{G}/\mathfrak{L}$ будет П-отделимой группой порядка g/l . Так как $\mathfrak{L} \neq \mathfrak{G}$ и $\mathfrak{L} \neq \mathfrak{G}$, то $1 < g/l < g$.

Поэтому теорема для $\mathfrak{G}/\mathfrak{L}$ справедлива. Так как наибольший П-силовский делитель порядка группы $\mathfrak{G}/\mathfrak{L}$ в данном случае, очевидно, равен m и допускает разложение $m = m_1m_2$, то поэтому и для $\mathfrak{G}/\mathfrak{L}$ имеем представление в виде $\mathfrak{G}/\mathfrak{L} = (\mathbb{M}_1/\mathfrak{L})(\mathbb{M}_2/\mathfrak{L})$, где $\mathbb{M}_1/\mathfrak{L}$ и $\mathbb{M}_2/\mathfrak{L}$ — подгруппы $\mathfrak{G}/\mathfrak{L}$, наибольшими П-силовскими делителями порядков которых являются, соответственно, числа m_1 и m_2 . Но тогда $\mathfrak{G} = \mathbb{M}_1\mathbb{M}_2$, где, в силу $(m, l) = 1$, наибольшим П-силовским делителем порядка m_1 подгруппы \mathbb{M}_1 является опять m_1 , а наибольшим П-силовским делителем порядка m_2 подгруппы \mathbb{M}_2 служит число m_2 . Таким образом, разложение $\mathfrak{G} = \mathbb{M}_1\mathbb{M}_2$ имеет требуемый теоремой вид.

Опять получилось противоречие.

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть $m > 1$ — наибольший П-силовский делитель порядка g П-отделимой группы \mathfrak{G} , и пусть $m = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$, где p_1, p_2, \dots, p_k — все различные простые делители m . Тогда группу \mathfrak{G} можно представить в виде произведения $\mathfrak{G} = \mathbb{P}_1\mathbb{P}_2 \dots \mathbb{P}_k$, где $\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2, \dots, \mathbb{P}_k$ — некоторые подгруппы \mathfrak{G} , имеющие наибольшими П-силовскими делителями своих порядков, соответственно, числа $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \dots, p_k^{\alpha_k}$.

Доказательство. При $k=1$ теорема очевидна. Поэтому пусть $k > 1$. Согласно теореме 1 имеем $\mathfrak{G} = \mathbb{P}_1\mathbb{M}_1$, причем наибольшим П-силовским делителем порядка \mathbb{P}_1 является $p_1^{\alpha_1}$, а наибольшим П-силовским делителем порядка \mathbb{M}_1 является число $p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$. Прилагая теперь теорему 1 к \mathbb{M}_1 , имеем: $\mathbb{M}_1 = \mathbb{P}_2\mathbb{M}_2$. Поэтому $\mathfrak{G} = \mathbb{P}_1\mathbb{P}_2\mathbb{M}_2$. Продолжая так и дальше, придем после k шагов к требуемому разложению \mathfrak{G} на множители.

§ 3. Вопрос о возможности выбора систем подгрупп, удовлетворяющих требованиям теоремы 2, а также и остальным условиям (перестановочность, сопряженность) работы Ф. Голла ⁽⁴⁾, остается открытым.

Пример простой группы порядка 60 показывает при $\Pi = \{2, 5\}$ невозможность обращения теоремы 2.

Поступило
11 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. Чунихин, С. Р., 191, 397 (1930). ² O. Ore, Duke Math. J., 5, 431 (1939). ³ J. Szep, L. Rédei, Acta Sci. Math. Szeged, 13, 3—4, 235 (1950). ⁴ Ph. Hall, Proc. London Math. Soc., 43, 316 (1937). ⁵ Math. Rev., 14, No. 1, 13 (1953). ⁶ С. А. Чунихин, ДАН, 59, № 3, 443 (1948). ⁷ С. А. Чунихин, Матем. сборн., 33(75):1, 111 (1953). ⁸ С. А. Чунихин, Матем. сборн., 25 (67):3, 321 (1949).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Действительный член АН УССР А. Ю. ИШЛИНСКИЙ,
Н. В. ЗВОЛИНСКИЙ и И. З. СТЕПАНЕНКО

К ДИНАМИКЕ ГРУНТОВЫХ МАСС

Грунтовые массы представляют собой сложные образования, содержащие, наряду с основным веществом грунта (например глиной), пустоты, частично заполненные водой. При действии на грунт больших давлений, возникающих при взрыве, происходит своеобразная «упаковка» грунта, приводящая к заметному (порядка 30%) увеличению объемного веса грунта. В этом отношении показательны опыты Н. М. Сытого* по образованию в глинистых грунтах стволов шахт глубиной до нескольких десятков метров посредством взрыва. В глубокое, сравнительно узкое (диаметром 10—15 см) отверстие в грунте опускался длинный марлевый мешок, наполненный пироксилиновым порохом. Отверстие заполнялось водой, после чего инициировался головным запалом взрыв. В результате в грунте образовалось цилиндрическое отверстие диаметром около 1 м, окруженное уплотненным грунтом, годное для различных технических применений (устройство колодцев, уплотнение фундаментов и т. п.).

Для математического описания подобных явлений представляет интерес следующая схема деформации грунта, предложенная А. Ю. Ишлинским. При давлениях, не превышающих некоторой характерной для данного грунта константы p_s , грунт деформируется по законам несжимаемой идеальной жидкости данной плотности ρ_0 . При давлении, равном p_s , происходит «упаковка» грунта до плотности ρ_1 , после чего грунт вновь деформируется как идеальная жидкость, но уже новой постоянной плотности ρ_1 .

На рис. 1 показана примерная диаграмма зависимости между давлением p и объемной деформацией грунта $\theta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho}$ и идеализированная диаграмма, соответствующая указанной выше схеме.

Идея пренебрежения касательными усилиями в сплошной среде (например в металле) при наличии больших давлений принадлежит М. А. Лаврентьеву.

Рассмотрим систему уравнений, описывающих осесимметрическую деформацию грунта под действием давления p_a , приложенного к грани круглого отверстия. В соответствии с принятой схемой следует

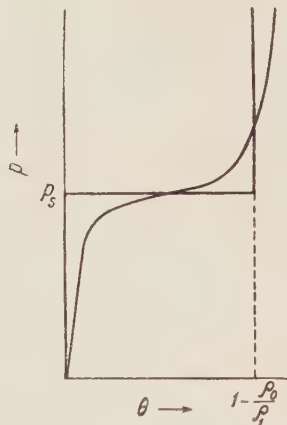


Рис. 1

* Произведены в Институте математики Академии наук УССР.

различать три области деформирования грунта: внешнюю ($b \geq r \geq r_s''$), где давление $p < p_s$ и плотность $\rho = \rho_0$; среднюю ($r_s'' \geq r \geq r_s'$), где $p = p_s$ и происходит «упаковка» грунта, и, наконец, внутреннюю ($r_s' \geq r \geq a$), где $p > p_s$ и $\rho = \rho_1 > \rho_0$.

Обозначим через $u(r, t)$ радиальную скорость точек грунта. Функция $u(r, t)$ удовлетворяет в соответствующих областях следующим уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} &= 0; \end{aligned} \right\} (b \geq r \geq r_s'')$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (r_s'' \geq r \geq r_s');$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} &= 0. \end{aligned} \right\} (r_s' \geq r \geq a)$$

Давление $p = p(r, t)$ должно удовлетворять тем или иным граничным условиям на переменных границах $r = a$ и $r = b$ и изменяется вместе с плотностью $\rho = \rho(r, t)$ непрерывно при переходе из одной области в другую (если область $r_s'' \geq r \geq r_s'$ не вырождается в окружность). Так например, при расширении идеального газа внутри полостного цилиндра по закону политропы степени n

$$p_a = \frac{\text{const}}{a^{2n}}, \quad p_b = 0.$$

В случае бесконечных размеров внешней области грунт в ней неподвижен, а давление равно критическому p_s . Средняя область вырождается в окружность изменяющегося радиуса $r = r_s$. При переходе через эту окружность давление p и плотность ρ терпят разрыв, причем

$$\frac{dr_s}{dt} = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_0} u(r_s, t),$$

$$p(r_s - 0, t) - p_s = \frac{\rho_1 \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} u^2(r_s, t).$$

В силу условия несжимаемости

$$u(r, t) = \frac{a}{r} \frac{da}{dt}, \quad r_s = \sqrt{\frac{\rho_1 a^2 - \rho_0 a_0^2}{\rho_1 - \rho_0}},$$

где a_0 — начальное значение радиуса отверстия.

Решение задачи сводится к интегрированию дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{da} = \frac{2}{a} \left[\frac{2(p_s - p_a)}{\rho_1} + \rho_0 \frac{a^2 + a_0^2}{\rho_1 a^2 - \rho_0 a_0^2} x \right] \frac{1}{\ln \frac{(\rho_1 - \rho_0) a^2}{\rho_1 a^2 - \rho_0 a_0^2} - x},$$

где $x = (da/dt)^2$, а функция p_a определяется в соответствии с особенностями задачи.

Начальное значение x определяется из соотношения

$$p_a \Big|_{t=0} = p_s + \frac{\rho_1 \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \Big|_{t=0}.$$

Для построения решения упомянутого дифференциального уравнения приближенными методами следует знать значение производной переменной x по аргументу a в начальный момент времени.

Нахождение этой производной связано с раскрытием неопределенности довольно сложного вида. Результат существенно зависит от характера изменения давления p_a . Если, например, давление возникает мгновенно и далее изменяется по закону политропы степени $n = 1,5$ (см. выше), то, как показал И. З. Степаненко,

$$\left. \frac{dx}{da} \right|_{t=0} = \frac{2[(5\rho_0 - 3\rho_1)p_a|_{t=0} + (6\rho_1 - 8\rho_0)p_s]}{3\rho_0\rho_1 a_0}.$$

На рис. 2 приведен график, иллюстрирующий результаты численного интегрирования приведенного выше дифференциального уравнения для одного конкретного случая.

В момент, когда переменная x обращается в нуль, все точки грунта останавливаются. Полное время расширения отверстия определяется несобственным интегралом

$$T = \int_{a_0}^{a_{\max}} \frac{da}{Vx}.$$

Для гипотетической среды с большой степенью уплотнения ($\rho_1 \gg \rho_0$) Н. В. Зволинский получил приближенное дифференциальное уравнение

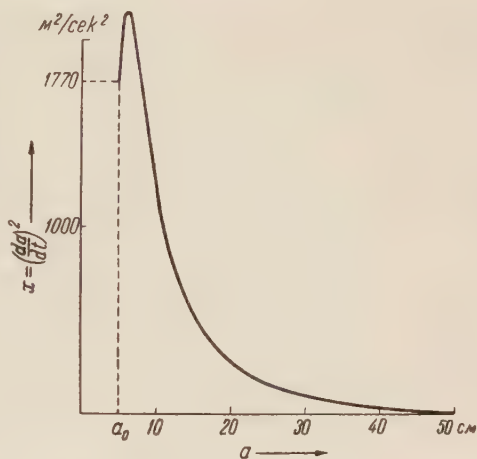


Рис. 2. $p_a|_{t=0} = 178\,000$ кг/см²; $n = 1,5$; $p_s = 1000$ кг/см²; $\rho_0 = 2$ г/см³; $\rho_1 = 2,5$ г/см³; $a_0 = 5$ см; $a_{\max} = 51$ см; $T = 0,003$ сек.

$$\frac{z - a_0^2 \frac{d^2 z}{dt^2}}{z} + \frac{1}{2} \frac{z + a^2}{z^2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = \frac{4(p_a - p_s)\rho_1}{\rho_0(\rho_1 - \rho_0)},$$

где $z = r_s^2$.

В ряде случаев это уравнение интегрируется в элементарных функциях. Так, для случая внезапно приложенного и в дальнейшем постоянного давления $p_a > p_s$ получается

$$r_s = t \sqrt{\frac{(p_a - p_s)\rho_1}{\rho_0(\rho_1 - \rho_0)}} + a_0.$$

Если давление $p > p_s$ возникло внезапно и в течение некоторого времени t_1 постоянно, после чего скачком снижается до значения p_s , то радиус зоны уплотнения грунта будет также неограниченно расти. Для больших значений t имеет место асимптотическая формула

$$r_s = \text{const} \cdot t^{1/2}.$$

В случае изменения давления p по адиабатическому закону уравнение интегрируется в квадратурах. Отыскание окончательного радиуса уплотненной зоны грунта сводится при этом к решению некоторого алгебраического уравнения.

Аналогично может быть рассмотрена задача о расширении сферического отверстия в грунте, деформирование которого подчиняется той же схеме.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. И. КЕИЛИС-БОРОК

О РАСПРОСТРАНЕНИИ КОЛЕБАНИЙ В МНОГОСЛОЙНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

(Представлено академиком Г. А. Гамбурцевым 26 I 1954)

Рассмотрим идеально упругое n -слойное полупространство ⁽¹⁾ $z > -z_1$, в каждом из слоев которого среда однородна и изотропна, причем контакт на границах жесткий, а при $z = -z_1$ напряжения равны нулю вне источника. Пусть в слоях или на границах заданы силы или напряжения, симметричные относительно фиксированной нормали к границе (оси z) и представимые в виде интегралов Фурье по времени t и по расстоянию r от оси z ; не нарушая общности, можно считать, что спектр по t не зависит от r , а спектр по r — от t . Найдем асимптотическое представление смещений при больших r .

Разделяя переменные, можно представить соответствующее решение волновых уравнений в виде:

$$v_q^{(j)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} U(p) e^{ipt} \tilde{v}_q^{(j)}(p, r, z) dp; \quad (1)$$

$$\tilde{v}_q^{(j)} = \int_{l(p)} \frac{g_q^{(j)}(\xi, r, p)}{\Delta_n(\xi, z, p)} J_{2-j}(\xi r) d\xi; \quad (2)$$

$$g_q^{(1)} = i\xi \left[A_{4q-3} \operatorname{ch} \alpha_q z + A_{4q-2} \frac{\operatorname{sh} \alpha_q z}{\alpha_q} \right] + \beta_q \left[\Delta_{4q-1} \operatorname{sh} \beta_q z + \Delta_{4q} \frac{\operatorname{ch} \beta_q z}{\beta_q} \right];$$

$$g_q^{(2)} = \alpha_q \left[A_{4q-3} \operatorname{sh} \alpha_q z + A_{4q-2} \frac{\operatorname{ch} \alpha_q z}{\alpha_q} \right] - i\xi \left[A_{4q-1} \operatorname{ch} \beta_q z + A_{4q} \frac{\operatorname{sh} \beta_q z}{\beta_q} \right]$$

$$(q = 1, 2, \dots, n);$$

$$g_{n+1}^{(1)} = i\xi A_{4n+1} e^{-\alpha_{n+1} z} + \beta_q A_{4n+2} e^{-\beta_{n+1} z};$$

$$g_{n+1}^{(2)} = \alpha_{n+1} A_{4n+1} e^{-\alpha_{n+1} z} - i\xi A_{4n+2} e^{-\beta_{n+1} z}.$$

Здесь $v_q^{(1)}, v_q^{(2)}$ — компоненты смещения в q -м слое по r и по z , соответственно; $\tilde{v}_q^{(j)}$ — смещения от стационарного источника с частотой p , распределенного в пространстве так же, как рассматриваемый нестационарный источник; $U(p)$ — спектр источника по t ; контур l идет от 0 до ∞ вдоль действительной оси, обходя особые точки сверху по малым полуокружностям; Δ_n — определитель системы граничных условий, исследованный в ⁽¹⁾; A_i — определитель, получающийся из Δ_n заменой элементов i -го столбца следующими величинами: нулем для $4k - 3$ -й, $4k - 2$ -й строчек ($k = 2, 3, \dots, n + 1$), $\frac{1}{\mu_k} Z_k(\xi)$ для 1-й и $4k - 5$ -й строчек, $-\frac{1}{\mu_k} T(\xi)$ для 2-й и $4k - 4$ -й строчек; Z_k и T_k — спектры по r нормальных и радиальных напряжений на k границе; остальные обозначения те же, что и в ⁽¹⁾.

Решение (1) и (2) справедливо по крайней мере тогда, когда на бесконечности $U(p)$ убывает быстрее p^{-2} , а $Z_k(\xi)$ и $T_k(\xi)$ — по экспоненциальному закону; это ограничение несущественно, поскольку не затрагивает конечной части спектра.

Исследование (1), (2) можно свести к анализу однотипных матриц Δ_n и A_k , т. е., по существу, к анализу структуры граничных условий; при этом оно одинаково просто проводится для любого числа слоев. Можно показать, что подинтегральная функция в (2): 1) не имеет в плоскости ξ других особых точек, кроме корней уравнения частот и точек разветвления $\pm p/a_{n+1}$, $\pm p/b_{n+1}$ (если источники расположены в слое r , точками разветвления могут быть также $\pm p/a_r$ и $\pm p/b_r$); 2) является нечетной функцией ξ и принимает некомплексные значения при $\xi > k_{n+1}$; 3) убывает на бесконечности по экспоненциальному закону.

Этих свойств достаточно, чтобы оценить $\tilde{v}^{(j)}$ в основном аналогично тому, как это сделано в (2) для жидкого слоя на полупространстве. При больших r

$$\tilde{v}_q^{(j)} = \frac{1}{V8\pi} \sum_m^N \sqrt{\frac{\chi_m}{2}} \operatorname{res}_{\xi=\chi_m} \left\{ \frac{g_q^{(j)}(\xi) e^{i(p t - \xi r)}}{\Delta_n(\xi)} \left[1 - \frac{(-3)^{j-1}}{8i\xi r} \right] \right\} + O(h_{n+1} r)^{-2}; \quad (3)$$

здесь N — число действительных корней χ_m уравнения частот, зависящее от p и z_q ; при достаточно малых z_1 $N = 1$ (1).

Если один из χ_m совпадает с точкой разветвления и числитель подинтегральной функции в этой точке обращается в бесконечность, то порядок убывания остаточного члена будет равен 1.

Таким образом, главная часть (1) — N интерференционных («нормальных») волн, скорость $v_m = p/\chi_m$ и интенсивность которых зависят от частоты и мощности слоев z_i ; только эти волны могут переходить в свободные колебания. Исследуя структуру матриц, входящих в Δ_n , A_k , можно установить следующие свойства интерференционных волн:

1. Для скорости справедлив, а для амплитуд не справедлив закон линейного геометрического подобия.

2. Имеет место своеобразный резонанс относительно пространственного распределения источника, позволяющий регулировать частотную характеристику системы: амплитуда пропорциональна не интенсивности источника в целом, а лишь той компоненте его спектра по r , «длина волны» которой совпадает с χ_m .

3. Среда вне слоев действует как высокочастотный фильтр: с увеличением расстояния источника или точки наблюдения до границы колебания затухают тем сильнее, чем выше частота. Амплитуда вне слоев уменьшается с возрастанием z и определяется расстоянием до границы, независимо от того, где в пределах слоев расположен источник; таким образом, непосредственным источником интерференционных волн служит как бы система слоев в целом.

4. Затухание с увеличением p снижается при помещении источника в слой с низкой скоростью.

5. При возрастании $p z_1$ некоторые гармоники переходят в обычные граничные волны, а другие затухают. Среди асимптот дисперсионных кривых есть линии: $\chi_1 = p/R_0$; $\chi_m = p/\Gamma_{l, j+1}$; $\chi_m = p/b_{\min}$, где R_0 — скорость волн Релея на свободной границе; $\Gamma_{l, j+1}$ — скорость волн Гогеладзе (3) на l -границе; b_{\min} — минимальная скорость поперечных волн в слоях. Разность ординат дисперсионной кривой и асимптоты убывает

вает с возрастанием $p z_1$ по экспоненциальному закону для первых двух асимптот и как $(p z_1)^{-2}$ для третьей асимптоты.

Формулы (3) и перечисленных свойств достаточно, чтобы использовать для оценки нестационарных колебаний (1) методику, разработанную Г. И. Петрашенем (3): средняя часть спектра по t оценивается методом стационарной фазы, а высоко- и низкочастотные колебания — исходя из приближенного представления $g^{(j)}/\Delta_n$ и χ_m при малых и больших (свойство 5) $p z_1$.

Исследование показывает, что различные компоненты спектра нестационарных колебаний распространяются с различными скоростью и затуханием; это обуславливает изменение формы, интенсивности и поляризации смещений в процессе распространения.

Для средних частот существует интервал скоростей, двигаясь с которыми вдоль границы наблюдатель, удаляющийся от источника, будет регистрировать колебания, затухающие как $1/r$, с переменными частотой и амплитудой (разграничение средних, высоких и низких частот определяется дисперсией групповых скоростей). Этот интервал совпадает со значениями групповой скорости. Экстремумам и точкам перегиба групповой скорости соответствуют особенно интенсивные волны постоянной частоты, затухающие как $r^{-\frac{k+4}{2(k+2)}}$ (k — порядок нуля производной групповой скорости); их формирование, повидимому, связано с интерференцией групп колебаний.

Высокие частоты представлены колебаниями, скорость и затухание с глубиной которых такие же, как у обычных релеевских или граничных волн. Однако минимальная частота в процессе распространения возрастает, что обуславливает более сильное затухание, сосредоточение энергии в окрестности границы с увеличением r , а также убывание периода (кажущаяся дисперсия) по логарифмическому закону при увеличении r и t ; для жидкого и свободного твердого слоев последний эффект описан в (4, 5).

Колебания на низких частотах аналогичны волнам Релея в полупространстве с константами нижней среды. С уменьшением p порядок затухания приближается сверху к r^{-1} , но амплитуда убывает.

В процессе распространения энергия передается из предыдущих фаз колебания в последующие. В связи с этим скорость, измеренная на больших базах, равна групповой, а не малых базах (или по фазовой корреляции) — фазовой скоростям стационарных волн.

Многие свойства интерференционных волн в многослойных системах представляют определенную комбинацию свойств колебаний в однородном и однослойном полупространствах (2-5), что облегчает качественную интерпретацию и расчеты.

Актуальность изучения интерференционных волн определяется тем, что:

1. Их скорость, форма, интенсивность и поляризация зависят от строения среды и, следовательно, могут быть использованы при сейсмо-разведке, изучении земной коры, прослеживании микросейсм и т. п.

2. Их резонанс в значительной степени определяет сейсмические свойства грунтов.

3. Вследствие большой интенсивности они составляют существенную часть сейсмических помех.

Поступило
24 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. И. Кейлис-Борок, ДАН, 87, № 1 (1952). ² Д. И. Шерман, Тр. Сейсм. ин-та, № 115 (1945). ³ В. Г. Гоголадзе, Тр. Сейсм. ин-та, № 125 (1947). ⁴ Г. И. Петрашень, Уч. зап. ЛГУ, № 149 (1951). ⁵ Г. И. Петрашень, ДАН, 64, № 6 (1949).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. А. СВЕКЛО

ЗАДАЧА ЛЭМБА ПРИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 28 I 1954)

Строгое решение задачи о действии сосредоточенного источника колебаний на границе упругой полуплоскости при условии, что граница свободна от напряжений, дано впервые в работах В. И. Смирнова и С. Л. Соболева. Ниже приводится решение задачи Лэмба при некоторых смешанных краевых условиях. Рассматривается действие касательного мгновенного импульса.

Постановка задачи и ее решение. Рассматривается однородная упругая полуплоскость $y < 0$ с границей $y = 0$, находящаяся при $t < 0$ в покое. В момент $t = 0$, в начале $x = y = 0$ выбранной системы отсчета действует мгновенный касательный импульс $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} \neq 0$. К понятию введенного здесь сосредоточенного в пространстве и времени воздействия приходим обычным путем, рассматривая предельный случай непрерывно распределенной касательной нагрузки. Таким образом, при $t > 0$ вдоль всей границы $\tau_{xy} = 0$. Далее, при $t > 0$ предположим выполненными условия: $\sigma_y = 0$, если $x > 0$, и $v = 0$, если $x < 0$, где v — нормальная к границе составляющая вектора упругого смещения. Механически граничные условия слева от начала координат могут быть истолкованы как прилипание без трения к абсолютно жесткому телу. Требуется найти движение среды, т. е. упругие потенциалы $\varphi(x, y, t)$ и $\psi(x, y, t)$, имеющие в условиях нашей задачи представление $\varphi = \text{Re } \Phi(\theta_1)$, $\psi = \text{Re } \Psi(\theta_2)$, где Φ и Ψ — аналитические в верхней полуплоскости функции; θ_1 и θ_2 определены соотношениями $t - \theta_1 x - \sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta_1^2} y = 0$, $t - \theta_2 x - \sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta_2^2} y = 0$; a и b — скорости продольных и поперечных колебаний. Радикалы считаем положительными на верхних берегах разрезов.

Запишем условия для функций Φ и Ψ на границе области. Равенство нулю τ_{xy} вдоль всей границы при $t > 0$ дает для всех $\theta = \theta_1 = \theta_2$:

$$\text{Re} \left[2\theta \sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2} \Phi' + \left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) \Psi' \right] = 0. \quad (1)$$

Из условия $\sigma_y = 0$, если $x > 0$, и $v = 0$, если $x < 0$, выводим, соответственно:

$$\text{Re} \left[-\left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) \Phi' + 2\theta \sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2} \Psi' \right] = 0, \quad \theta > 0; \quad (2)$$

$$\text{Re} \left[-\sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2} \Phi' + \theta \Psi' \right] = 0, \quad \theta < 0. \quad (3)$$

Функция под знаком Re в (1) должна разлагаться в ряд Лорана с неотрицательными степенями в окрестности особой точки $\theta = \infty$, и мы получим:

$$2\theta \sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2} \Phi' + \left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) \Psi' = i\alpha, \quad (4)$$

где α — вещественная постоянная. Так же как в обычной задаче Лэмба, будем считать функции Φ' и Ψ' ограниченными на бесконечности. Положим

$$-\left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2\right)\Phi' + 2\theta\sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2}\Psi' = A(\theta), \quad (5)$$

$$-\sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2}\Phi' + \theta\Psi' = B(\theta). \quad (6)$$

Тогда A и B суть, соответственно, ограниченная и исчезающая на бесконечности функции. Исключая из (4), (5) и (6) Φ' и Ψ' , получим:

$$B(\theta)F(\theta) - \theta\left(\frac{1}{b^2} - 2\Delta\right)i\alpha = \frac{1}{b^2}\sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2}A(\theta), \quad (7)$$

где $F(\theta) = \left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2\right)^2 + 4\theta^2\sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2}\sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2}$ — функция Релея и $\Delta = \theta^2 + \sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2}\sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2}$.

Для решения нашей задачи достаточно найти $A(\theta)$. Условия на границе полуплоскости для функции $A(\theta)$ легко могут быть выведены. Из (2), (3) и (7) следует: $\operatorname{Re} A(\theta) = 0$, если $\theta > -1/a$; далее, из (7) и условия $\operatorname{Re} B(\theta) = 0$ для $\theta < 0$ выводим:

$$\operatorname{Re} \left[\frac{\sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2}A(\theta) + \theta\left(\frac{1}{b^2} - 2\Delta\right)i\alpha}{F(\theta)} \right] = 0, \quad -\frac{1}{b} < \theta < -\frac{1}{a}; \quad (8)$$

$$\operatorname{Im} A(\theta) = 0, \quad \theta < -\frac{1}{b}.$$

Функция $A(\theta)$, таким образом, аналитически продолжается на участке $\theta < -1/b$, принимая в точках, симметричных относительно действительной оси, комплексно-сопряженные значения. Полагая $\operatorname{Re} A(\theta) = f(\theta)$ на участке $-1/b < \theta < -1/a$, легко найдем $A(\theta)$, отобразив предварительно плоскость, разрезанную вдоль луча $\theta > -1/b$, на верхнюю полуплоскость и возвращаясь затем к старой переменной θ :

$$A(\theta) = \frac{\sqrt{1/b - \theta}}{2\pi i} \int_{-1/b}^{-1/a} \frac{f(\xi) d\xi}{\sqrt{1/b + \xi}(\xi - \theta)} = \sqrt{\frac{1}{b} + \theta} \chi(\theta), \quad (9)$$

где $\sqrt{1/b + \theta}$ положителен на верхнем берегу разреза, $\theta > -1/b$.

Используя первое из условий (8), приходим к следующей задаче линейного сопряжения для функции $\chi(\theta)$:

$$\bar{F}(\xi)\chi^+(\xi) + F(\xi)\chi^-(\xi) = 4i\alpha\xi\sqrt{\frac{1}{b} - \xi^2}\left(\frac{1}{b^2} - 2\xi^2\right)\frac{1}{b^2}, \quad -\frac{1}{b} < \xi < -\frac{1}{a}, \quad (10)$$

где $\bar{F}(\xi) = \left(\frac{1}{b^2} - 2\xi^2\right) - 4\xi^2\sqrt{\frac{1}{b^2} - \xi^2}\sqrt{\frac{1}{a^2} - \xi^2}$, а $\chi^+(\xi)$ и $\chi^-(\xi)$ суть граничные значения функции $\chi(\theta)$ сверху и снизу на участке $-1/b < \xi < -1/a$.

Решение задачи (10), удовлетворяющее условию $\overline{\chi(\theta)} = -\chi(\theta)$, дается формулой

$$\chi(\theta) = \alpha \frac{X(\theta)}{2\pi} \int_{-1/b}^{-1/a} \frac{g_1(\xi) d\xi}{\bar{F}(\xi)X^+(\xi)(\xi - \theta)} + i\beta X(\theta), \quad (11)$$

$$\text{где } \beta - \text{вещественная постоянная, а } X(\theta) = \frac{\exp \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{-1/b}^{-1/a} \ln G_1(\xi) \frac{d\xi}{\xi - \theta} \right]}{\sqrt{\frac{1}{b} + \theta} \sqrt{\frac{1}{a} + \theta}} =$$

$$= \frac{X_0(\theta)}{\sqrt{\frac{1}{b} + \theta} \sqrt{\frac{1}{a} + \theta}}, \quad g_1(\xi) = 4\xi \sqrt{\frac{1}{b^2} - \xi^2} \left(\frac{1}{b^2} - 2\xi^2 \right) \frac{1}{b^2}, \quad G_1(\xi) = \frac{F(\xi)}{\bar{F}(\xi)}.$$

Из (4) и (5) находим:

$$\Phi'(\theta) = \frac{2\theta \sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2} i\alpha - \left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) A(\theta)}{F(\theta)},$$

$$\Psi'(\theta) = \frac{\left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) i\alpha + 2\theta \sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2} A(\theta)}{F(\theta)}.$$

Постоянную β в (11) определим из условия ограниченности $\Phi'(\theta)$ и $\Psi'(\theta)$ при $\theta = -1/c$, где c — скорость волны Релея. В самом деле, часть границы упругой полуплоскости, где $x < 0$, не свободна от напряжений, и, следовательно, в этой части границы поверхностные волны Релея не могут иметь места. Таким образом, должно быть:

$$-\frac{2}{c} \sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}} i\alpha - \left(\frac{1}{b^2} - \frac{2}{c^2} \right) A\left(-\frac{1}{c}\right) = 0,$$

что дает

$$\beta = - \left[\frac{\frac{2}{c} \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{b^2}} \sqrt{\frac{1}{c} - \frac{1}{a}}}{X_0\left(-\frac{1}{c}\right) \left(\frac{2}{c^2} - \frac{1}{b^2} \right)} + \frac{1}{2\pi} \int_{1/b}^{1/a} \frac{g_1(\xi) \sqrt{\xi - \frac{1}{a}} \sqrt{\frac{1}{b} + \xi}}{\bar{F}(\xi) X_0^+(\xi) \left(\xi + \frac{1}{c} \right)} d\xi \right] \alpha.$$

Полагая $A(\theta) = i\alpha A_1(\theta)$, найдем окончательно:

$$\Phi'(\theta) = i\alpha \frac{2\theta \sqrt{\frac{1}{b^2} - \theta^2} - \left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) A_1(\theta)}{F(\theta)},$$

$$\Psi'(\theta) = i\alpha \frac{\left(\frac{1}{b^2} - 2\theta^2 \right) + 2\theta \sqrt{\frac{1}{a^2} - \theta^2} A_1(\theta)}{F(\theta)}. \quad (12)$$

Постоянная α определяется по заданной интенсивности импульса.

В самом деле, при больших значениях θ членами в решении (12), содержащими $A_1(\theta)$, можно пренебречь, так как $A_1(\theta)$ исчезает на бесконечности; но тогда решение (12) совпадет с известным решением обычной задачи Лэмба, когда отлична от нуля лишь касательная составляющая Q импульса. Таким образом, $\alpha = Q/2\pi$.

Нетрудно проверить также, что вещественные части функции Φ' и Ψ' на участке $-1/a < \theta < 1/a$ равны нулю, что соответствует наличию фронта возмущения. Решение (12) отвечает, таким образом, всем условиям первоначально поставленной задачи.

Поступило
15 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Ф. Франк, Р. Мизес, Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ч. II, 1937. ² Н. И. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, 1946.

С. Г. СЛЮСАРЕВ

О РАССЕЯНИИ СВЕТА СВОБОДНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ФОТОСФЕРАХ ЗВЕЗД

(Представлено академиком Г. А. Шайном 16 I 1954)

В работе В. А. Амбарцумяна ⁽¹⁾ было впервые обращено внимание на то, что в фотосферах горячих звезд большую роль в переносе излучения играет рассеяние света свободными электронами. Он показал, что в результате данного процесса эффективная температура звезды может быть ниже цветовой температуры, определяемой по ярким линиям.

Дальнейшее исследование эффектов, возникающих вследствие электронного рассеяния, было проведено В. В. Соболевым ⁽²⁾ и Чандрасекаром ⁽³⁾. Ими был рассмотрен вопрос о поляризации излучения звезд.

В настоящей статье указывается ряд других эффектов, к которым приводит наличие большого числа свободных электронов в атмосферах горячих звезд.

Прежде всего покажем, что отношение объемного коэффициента электронного рассеяния σ_v к объемному коэффициенту истинного поглощения α_v в видимой области спектра может быть весьма большим. Как известно, объемный коэффициент рассеяния свободными электронами определяется формулой:

$$\sigma_v = n_e \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2, \quad (1)$$

где n_e — число свободных электронов в 1 см^3 , e — заряд электрона, m — масса электрона, c — скорость света. Что же касается объемного коэффициента поглощения в частоте ν , то для водорода он равен:

$$\alpha_v = n_e n^+ \frac{16\pi^2 e^6 kT}{3V^3 ch (2\pi mkT)^{3/2}} \frac{1}{\nu^3} \left[1 + \frac{2\chi_1}{kT} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\chi_i/kT} \right]. \quad (2)$$

Здесь n^+ число ионизованных атомов в 1 см^3 , k — постоянная Больцмана, h — постоянная Планка, χ_i — потенциал ионизации из возбужденного состояния, T — температура. Строго говоря, в формулах (1) и (2) для учета отрицательного поглощения надо ввести еще множитель $(1 - e^{-h\nu/kT})$. Однако при нахождении отношения σ_v/α_v этот множитель сократится.

Значения отношения σ_v/α_v в зависимости от длины волны λ и температуры T приведены в табл. 1. При вычислениях принято $n^+ = n_e$, а для n_e взято значение 10^{13} , что соответствует концентрации свободных электронов в фотосферных слоях.

Из табл. 1 видно, что при принятой концентрации свободных электронов и температурах больше $50\,000^\circ$ отношение σ_v/α_v значительно превосходит единицу как в видимой, так и в ультрафиолетовой частях спектра.

Для выяснения роли электронного рассеяния в атмосферах звезд рассмотрим следующую задачу. Пусть имеется плоский слой, в котором

происходит излучение света, истинное поглощение и рассеяние свободными электронами. Соответствующие объемные коэффициенты обозначим через ϵ_v , α_v и σ_v . Для простоты будем считать, что отношения ϵ_v/α_v и σ_v/α_v постоянны во всем слое. При сделанных предположениях найдем поток излучения, выходящий из слоя в частоте ν .

В данном случае уравнение переноса излучения имеет вид:

$$\cos \vartheta \frac{dI_v(z, \vartheta)}{dz} = -(\alpha_v + \sigma_v) I_v(z, \vartheta) + \epsilon_v + \sigma_v \int I_v(z, \vartheta) \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (3)$$

где $I_v(z, \vartheta)$ — интенсивность излучения, идущего на глубине z под углом ϑ к нормали.

Решая уравнение (3) обычным в астрофизике методом, получаем выражение для потока излучения в частоте ν :

$$H_v = 4\pi \frac{\epsilon_v}{\alpha_v} \frac{[(2 + k_v) e^{2k_v \tau_v^0} - 2k_v e^{k_v \tau_v^0} - 2 + k_v]}{[(2 + k_v)^2 e^{2k_v \tau_v^0} - (2 - k_v)^2]}. \quad (4)$$

Здесь $k^2 = \frac{\alpha_v + \sigma_v}{\alpha_v}$ и τ_v^0 есть оптическая толщина слоя, обусловленная истинным поглощением в частоте ν (т. е. $\tau_v^0 = \alpha_v z_0$, где z_0 — толщина слоя).

Рассмотрение выражения (4) приводит к следующим выводам:

1. Электронное рассеяние способствует переработке излучения. С первого взгляда может показаться, что свободные электроны не могут принимать участия в переработке излучения, так как в процессе рассеяния частота излучения почти не меняется. Однако в действительности это не так, и мы сейчас покажем,

что электронное рассеяние усиливает истинное поглощение в слое и тем самым способствует переработке излучения.

Пусть \bar{E}_v — энергия, поглощенная в слое; E_v^0 — энергия, излученная в слое. Мы имеем:

$$E_v^0 = 4\pi \epsilon_v z_0 = 4\pi \frac{\epsilon_v}{\alpha_v} \tau_v^0.$$

Очевидно, что доля квантов, претерпевших истинное поглощение в слое, равна:

$$\frac{\bar{E}_v}{E_v^0} = \frac{E_v^0 - 2H_v}{E_v^0} = 1 - \frac{2H_v}{E_v^0}. \quad (5)$$

В табл. 2 дано отношение \bar{E}_v/E_v^0 , вычисленное на основании формулы (5), в зависимости от оптической толщины τ_v^0 и от отношения σ_v/α_v . Из этой таблицы, например, видно, что при $\tau_v^0 = 0,5$ и $\sigma_v/\alpha_v = 10$ в слое поглощается такая же доля энергии, как и при $\tau_v^0 = 1$ и $\sigma_v = 0$.

Таким образом, наличие электронного рассеяния ведет к увеличению эффективной оптической толщины слоя, обусловленной истинным поглощением. С физической точки зрения это вполне понятно, так как благодаря электронному рассеянию путь кванта в слое возрастает и вследствие этого вероятность истинного поглощения увеличивается.

2. Электронное рассеяние изменяет цветовую температуру. Обычно коэффициент истинного поглощения зависит от

частоты, а значит, и отношение σ_v/α_v меняется вдоль спектра. Вследствие этого роль электронного рассеяния будет различной для разных частот. Поскольку роль электронного рассеяния состоит в увеличении эффективного коэффициента истинного поглощения, то можно сказать, что электронное рассеяние будет увеличивать истинное поглощение особенно сильно в тех участках спектра, где оно мало, т. е. изменять его в сторону выравнивания.

Допустим, что в рассматриваемой области спектра коэффициент поглощения убывает с возрастанием частоты. Тогда, благодаря электронному рассеянию, коэффициент поглощения увеличится в фиолетовой части спектра больше, чем в красной. Следовательно, отношение интенсивности фиолетовой части спектра к интенсивности красной части спектра уменьшится. Это означает, что цветовая температура звезды в данном случае понизится.

Указанный эффект понижения цветовой температуры может оказаться весьма сильным. Чтобы убедиться в этом, найдем цветовую температуру звезды, воспользовавшись полученной выше формулой (4). Полагая

в (4) $\tau_v^0 \rightarrow \infty$ и считая, что в фотосфере осуществляется термодинамическое равновесие, получаем:

$$H_v^0 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}(1 + \sigma_v/\alpha_v) + 2} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{6}$$

Как известно, цветовая температура T_c определяется из соотношения:

$$\frac{d[\ln H_v^0]}{d\nu} = \frac{3}{\nu} - \frac{1}{1 - e^{-h\nu/kT_c}} \frac{h}{kT_c} \tag{7}$$

Подставляя в это соотношение выражение H_v^0 , определяемое формулой (6), и считая, что $\alpha_v \sim 1/\nu^3$, находим:

$$\frac{h\nu}{k} \left(\frac{1}{1 - e^{-h\nu/kT_c}} \frac{1}{T_c} - \frac{1}{1 - e^{-h\nu/kT}} \frac{1}{T} \right) = \frac{3}{2} \frac{\sigma_v}{\alpha_v} \frac{1}{(\sqrt{1 + \sigma_v/\alpha_v} + 2/\sqrt{3}) \sqrt{1 + \sigma_v/\alpha_v}} \cdot$$

Значения цветовой температуры T_c в зависимости от температуры фотосферы T и отношения σ_v/α_v приведены в табл. 3. При составлении таблицы было принято $h\nu/k = 30\,000$, что соответствует области спектра вблизи линии H_β .

Таблица 2

Отношение \bar{E}_v/E_v^0					
$\tau_v^0 \backslash \frac{\sigma_v}{\alpha_v}$	0	5	10	15	20
0,1	0,07	0,095	0,11	0,12	0,13
0,5	0,36	0,46	0,53	0,57	0,60
1	0,55	0,68	0,74	0,78	0,80

Таблица 3

Цветовая температура T_c

$\frac{\sigma_v}{\alpha_v}$	40 000°	60 000°	80 000°	100 000°
0	40 000	60 000	80 000	100 000
1	22 000	25 900	28 600	31 200
5	15 400	17 000	18 000	18 800
10	14 000	15 200	16 000	16 700
∞	11 000	11 650	12 000	12 450

Из табл. 3 видно, что цветовая температура очень быстро убывает с ростом отношения σ_v/α_v и даже при небольших значениях этого отношения эффект понижения цветовой температуры весьма заметен.

3. Электронное рассеяние изменяет скачок интенсивности у границ субординатных серий в непрерывном спектре звезды. Как известно, скачком интенсивности у границы серии называют величину, определяемую соотношением

$$D = \log_{10} \frac{H_{\nu_k + \varepsilon}^0}{H_{\nu_k - \varepsilon}^0}, \quad (8)$$

где ν_k — частота, соответствующая границе k -й серии, а $H_{\nu_k + \varepsilon}^0$ и $H_{\nu_k - \varepsilon}^0$ — значения

потoka, выходящего с поверхности звезды в участках непрерывного спектра, непосредственно прилегающих к границе серии. Для определения величины D надо подставить в формулу (8) выражение для потока H_{ν}^0 из (6) и использовать формулы (1) и (2) для коэффициентов σ_v и α_v .

В табл. 4 даны значения скачка интенсивности D у границы второй серии водорода, вычисленные в зависимости от температуры фотосферы T ; для сопоставления приведены значения скачка D_1 у границы той же серии водорода, вычисленные для фотосферы с чисто рекомбинационным спектром, т. е. без учета истинного поглощения и электронного рассеяния.

Из табл. 4 видно, что электронное рассеяние уменьшает величину скачка у пределов субординатных серий.

В заключение отметим, что аналогичные эффекты получаются и при рассмотрении протяженных фотосфер звезд типа Вольф-Райе.

Поступило
11 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. А. Амбарцумян, Уч. зап. ЛГУ, **22**, № 4 (1938). ² В. В. Соболев, Уч. зап. ЛГУ, **116**, № 18 (1949). ³ S. Chandrasekhar, Ap. J., **103**, 351 (1946).

И. Е. БАЛЫГИН

ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ СИЛЬНО ПОЛЯРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 26 I 1954)

При опытах с электрическим пробоем небольших промежутков де- дистиллированной воды, ацетона и этилового спирта обнаружены интерес- ные особенности, не свойственные неполярным жидкостям. Чтобы ослабить термическое действие тока в разрядном канале, опыты производились при импульсном напряжении и ограничении этого тока исследователю с искровым промежутком включенными сопротивлением. Напряжение на искровом промежутке и ток, текущий через него, записывались при помощи высоковольтного катодного осциллографа. Принципиальная схема опытов приведена на рис. 1, где r — ограничива- ющее сопротивление, C — измерительный сосуд и $R = 10^3 - 2 \cdot 10^3$ ом — сопротивление для измерения токов.

На рис. 2 приведена серия осциллограмм пробоев дистиллированной воды. На рис. 2, I записаны осциллограммы тока при пробе промежутка 2 мм между стальными шарами $d = 11$ мм. Напряжение при записи постепенно повышалось. Горизонтальные участки a представляют собой величины токов проводимости воды за время запаздывания в развитии пробоя. Период градуировочных по времени синусоидальных колебаний на оси абсцисс этих и всех последующих осциллограмм, у которых нет градуировочных цифр, равен $2,5 \mu$ сек.

Осциллограммы тока рис. 2, II записаны при пробое промежутка тока 2 мм между отрицательным стальным острием и латунной плоскостью. Напряжение при этих записях тоже повышалось от одной осциллограммы к другой. В одном случае пробоя проме- жутка не последовало (осциллограм- ма c) и был записан только ток прово- димости. Осциллограмма тока III запи- сана при пробое такого же промежутка, но между остриями; осциллограмма тока IV записана при пробое проме- жутка 1 мм между шарами; осцилло- грамма V — при пробое тоже проме- жутка 1 мм, но между отрицательным острием и плоскостью, и осциллограм- ма VI — при пробое промежутка 5 мм между стальными остриями.

Без перенапряжений на искровом промежутке развитие пробоя де- дистиллированной воды происходит прерывисто, как это можно проследить по пикам b рис. 2, I и II. Прогрессивно развивающийся пробой подав- ляется и через небольшой отрезок времени развивается вновь. При по- вышении напряженности поля пробой развивается непрерывно. Из осцил- лограмм видно, что во время горения искры в дистиллированной воде

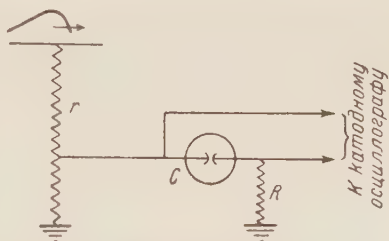


Рис. 1. Принципиальная схема про- ведения опытов

происходят очень быстрые частичные обрывы и последующие скачки тока, вызываемые деионизационными и ионизационными процессами в плазме канала. При резко неоднородных полях через вполне определенные периоды времени наблюдаются полные обрывы тока разряда m (см. рис. 2, II, III и V). Ток проводимости при этом не прерывается. В искровом канале после завершения пробоя, следовательно, создаются благоприятные условия для появления скачкообразной деионизации и восстановления диэлектрической прочности канала.

При определенной силе тока и напряжении разряд прекращается. Чем больше длина искрового промежутка, тем при большем токе и напряжении происходит это прекращение (см. точки k осциллограмм IV—

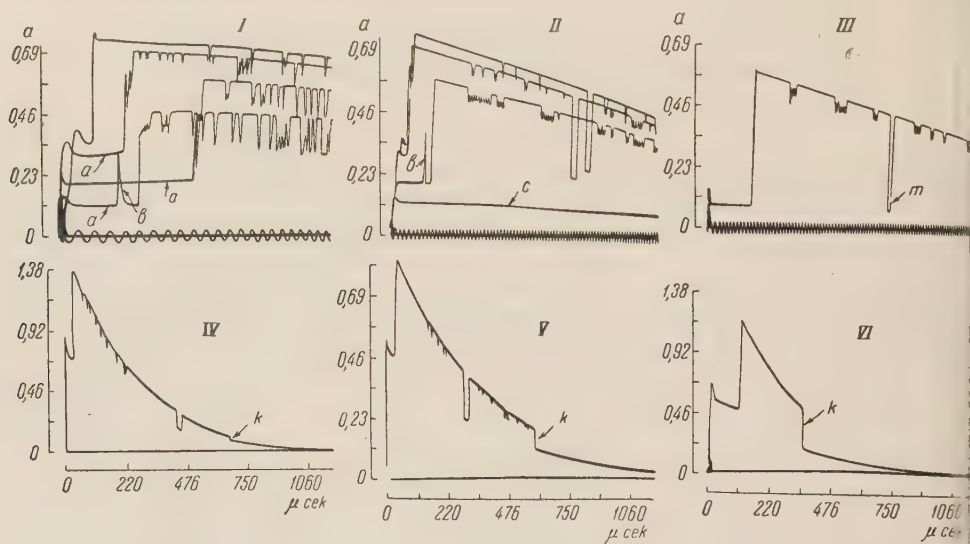


Рис. 2. Осциллограммы тока при пробоях небольших промежутков дистиллированной воды

VI). По осциллограмме IV видно, что в случае равномерного поля частичные обрывы тока за время горения искры почти совсем прекращаются при $l=1$ мм. В случае же резко неоднородного поля то же само происходит при $l=3$ мм.

Очевидно, что при таких длинах искровых промежутков во время горения искры ионизационные процессы преобладают над деионизационными, пока напряженность приложенного поля не снизится до критической величины и не получит преобладания деионизация. Последняя развивается автокаталитично и разряд очень быстро прерывается.

Осциллограммы напряжения, записанные при пробое ацетона и этилового спирта, приведены на рис. 3. При опытах ограничивающее сопротивление r включалось такой величины, что сила тока в искре не превышала 1,2 а, а сопротивление R (см. рис. 1) шунтировалось.

Осциллограмма I рис. 3 записана при пробое ацетона между отрицательным стальным острием и латунной плоскостью на отдалении $l=3$ мм; осциллограмма II снята при пробое тоже ацетона, но между положительным острием (заземленным) и плоскостью на отдалении $l=3,5$ мм. На осциллограммах пунктиром обозначены амплитуды напряжения неискаженного импульса. Время до точки a можно считать временем статистического запаздывания, а от этой точки до крутого спада — временем формирования пробоя. Столь длительное формирование характерно для сильно полярных жидкостей вообще.

При пробое напряжение почти спадало до нуля, но через очень короткий период времени, вследствие скачкообразной деионизации искры

вого канала, разряд целиком прерывался; затем следовал новый пробой, и так несколько раз. В отдельных случаях при отрицательном острье было зафиксировано 3 и 4 обрыва, но в случае положительного острья зарегистрирована особая форма разряда — серийно-прерывистая (осциллограмма II). Здесь после 5-кратного прерывания разряда, когда диэлектрическая прочность промежутка восстанавливалась почти полностью, записано еще очень большое число (серия) следующих друг за другом пробоев при значительно меньших напряжениях.

Прерывистый характер разряда зафиксирован и при опытах с этиловым спиртом (см. рис. 3, III). Осциллограммы этой фигуры записаны при пробое промежутков различной длины между отрицательным острием и плоскостью. Нижняя осциллограмма *d* записана при пробое промежутка $l = 1,5$ мм, средняя при $l = 2,25$ мм и верхняя при $l = 2,75$ мм.

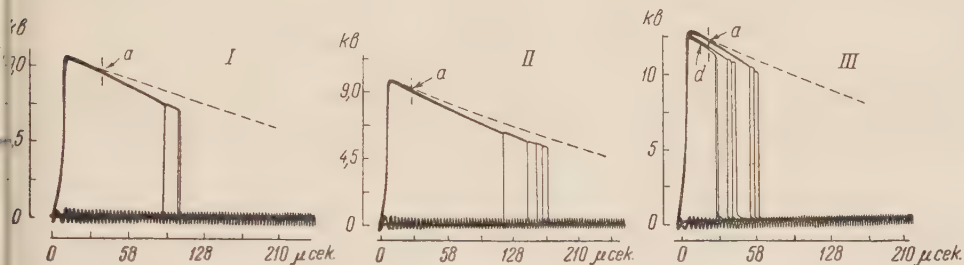


Рис. 3. Осциллограммы напряжения при пробоях ацетона и этилового спирта

При ограничении тока в разрядном канале температура его устанавливается не настолько высокой, чтобы мог быть создан избыток заряженных частиц от термической ионизации. Поэтому характер разрядного режима в значительной степени определяется деионизационными процессами.

Частичные и полные обрывы тока при разряде можно объяснить интенсивным захватом свободных электронов сильно полярными молекулами жидкостей, а также химическим действием радикалов, образующихся от термического эффекта и поглощения молекулами квантов ультрафиолетового света (^{1,2}) в ацетоне по реакции $(\text{CH}_3)_2\text{CO} \rightarrow \text{CH}_3 - \text{CH}_3 + \text{CO}$; в этиловом спирте $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} \rightarrow \text{CH}_2 = \text{CH}_2 + \text{H}_2\text{O}$ в воде: $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H} - \text{OH}$.

При пробое промежутка и снижении напряжения до очень малой величины создаются благоприятные условия для захвата электронов и соединения свободных радикалов с ионизационными молекулами, которые и нейтрализуются или делаются малоподвижными.

Поступило
13 X 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ У. Уотерс, Химия свободных радикалов, 1948, стр. 17. ² Л. Ф. Марек, А. Ган, Каталитическое окисление органических соединений, 1936, стр. 39.

Ф. ГАЛЬПЕРИН, И. КУПРИЯНОВ и Б. ПАНФИЛОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ g -ФАКТОРА НЕКОТОРЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 20 I 1954)

Нами были исследованы ферромагнитные материалы: $\text{MnO} \cdot (\text{Fe}_2\text{O}_3)_5$ и марганцево-цинковый феррит $(\text{MnZn})\text{O} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$. Эти ферромагнетики мы получили методом реакции в твердой фазе, обеспечивающей практически совершенно чистые вещества ⁽¹⁾.

Измерялся g -фактор спектроскопического расщепления в 3-сантиметровом диапазоне длин волн двумя методами: по максимуму мнимой части μ'' и минимуму действительной части μ' комплексной магнитной проницаемости μ^* (первый метод) и минимуму квадрата модуля коэффициента отражения $|R|^2$ (второй метод). Последний измерялся при помощи «двойного тройника», использованного как направленный ответвитель. Оба метода измерения были ранее описаны ⁽²⁾.

На рис. 1 показана типичная картина ферромагнитного резонанса с характерными для него максимумом μ'' и областью отрицательных значений μ' . g -фактор, вычисленный по $\mu''_{\text{макс}}$ и $\mu'_{\text{мин}}$, равен $1,99 \pm 0,02$. На рис. 1 дана также кривая зависимости величины $P = 1 - |R|^2$ от внешнего статического магнитного поля H . Видно, что максимум этой кривой смещен приблизительно на 600 эрст. относительно максимума кривой для μ'' . При достаточно малой толщине образца это смещение исчезает.

На рис. 2 показана зависимость величины P от поля H для образцов марганцево-цинкового феррита различной толщины. Видно, что полученные при этом кривые имеют типичный резонансный характер с одним максимумом величины P каждая. Последний растет с увеличением толщины от 1,2 до 1,85 мм (см. рис. 2). Однако этот рост продолжается лишь до вполне определенной толщины образца; при дальнейшем ее увеличении величина $P_{\text{макс}}$ падает, затем снова

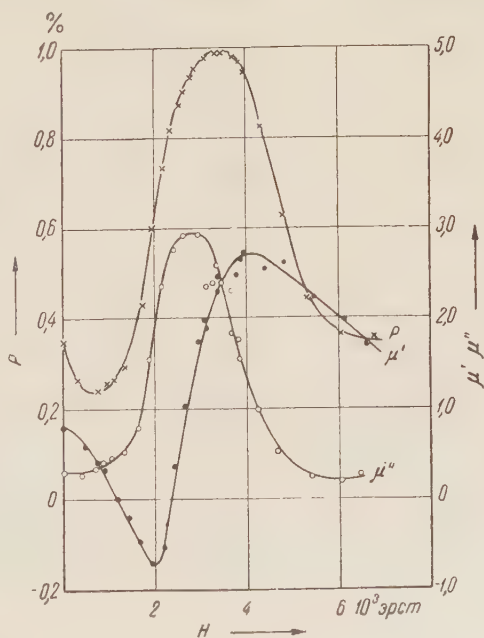


Рис. 1. Зависимость магнитной проницаемости μ' и μ'' и P от H для $\text{MnO} \cdot (\text{Fe}_2\text{O}_3)_5$. Толщина образца $b = 1,5$ мм, длина волны $\lambda = 3$ см

растет и т. д. Периодический характер изменения $P_{\text{макс}}$ с толщиной показан на рис. 3. Подобным образом меняется также и g -фактор. Экстраполяция эффективного значения g -фактора к толщине образца, равной нулю, дает: $g \sim 2$.

Упомянутое выше уменьшение величины $P_{\text{макс}}$ с ростом толщины образца сопровождается появлением на резонансных кривых побоч-

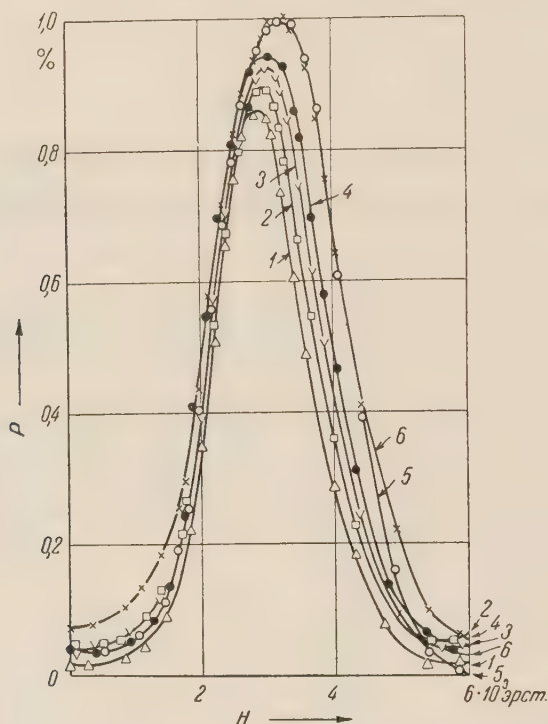


Рис. 2. Зависимость P от H для $(\text{MnZn})\text{O} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$. $\mu_0 = 950$ гаусс / эрст; $\lambda = 3$ см. 1— $b = 1,2$ мм, 2— $1,3$ мм, 3— $1,4$ мм, 4— $b = 1,5$ мм, 5— $1,75$ мм, 6— $1,85$ мм

ных максимумов и минимумов как при больших, так и при меньших полях, чем поле, соответствующее основному максимуму. Эти побочные максимумы и минимумы, а также периодический характер изменения величины $P_{\text{макс}}$ и g -фактора с толщиной обусловлены интерференцией.

Действительно, при соответствующей толщине образца и некотором поле H высокочастотная магнитная проницаемость μ , являющаяся функцией H , оказывается такой, что образец можно рассматривать как пластинку с оптической толщиной, близкой к $\lambda/4$. При этом, естественно, величина P имеет максимальное значение (побочный максимум). Если же образец столь тонок, что:

$$|\varepsilon^* \mu^*| (k_0 b) \ll 1,$$

то побочные максимумы отсутствуют. При этом $P_{\text{макс}}$ и $\mu''_{\text{макс}}$ должны совпадать. Здесь $k_0 = 2\pi / \lambda_0$; λ_0 — длина волны в свободном пространстве; b — толщина образца; ε^* — диэлектрическая постоянная; μ^* — магнитная проницаемость.

Упомянутая выше экстраполяция эффективного значения g -фактора к толщине, равной нулю, была взята с целью исключения интер-

ференции при определении истинного значения g -фактора. g -фактор вычислялся по формуле

$$g = \frac{21,4}{\lambda H_{\text{эф}}},$$

где λ — длина волны в см, $H_{\text{эф}}$ — эффективное поле в килоэрстедах. $H_{\text{эф}}$ вычислялось с учетом лишь размагничивающего и внешнего статического магнитного полей, т. е. пренебрегалось внутренним магнитным полем анизотропии, малым для рассматриваемых материалов.

Ошибки при вычислении g -фактора в основном складываются из неточностей при измерении поля H и длины волны λ . Последняя

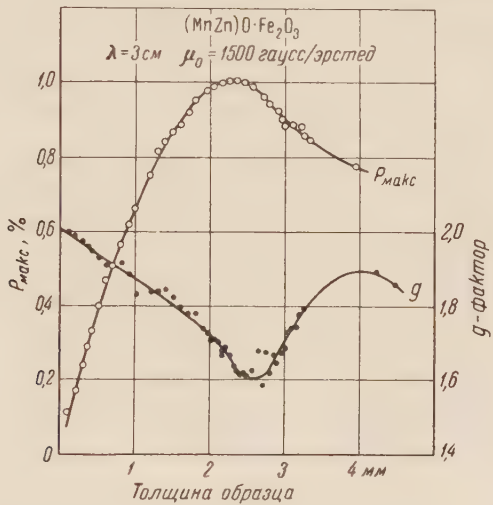


Рис. 3. Зависимость $P_{\text{макс}}$ и g -фактора от толщины образца для $(\text{MnZn})\text{O} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \mu_0 = 1500$ гаусс/эрст, $\lambda = 3$ см

определялась с точностью до 0,1%. Ошибка при определении поля H составляет немногим более 1%. Общая максимальная ошибка равна 1%, что при $g = 2$ дает приблизительно 0,02.

Закономерности, аналогичные рассмотренным выше, мы получили при исследовании также и других материалов в 3-сантиметровом диапазоне длин волн.

Поступило
20 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ П. Будников и А. Бережной, Реакция в твердых фазах, 1949.
- ² Сборн. Ферромагнитный резонанс и поведение ферромагнетиков в переменных полях, 1952.

М. А. ГИНЦБУРГ

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ГИРОТРОПНОМ СЛОЕ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 3 I 1954)

1. Угол ψ поворота плоскости поляризации электромагнитной волны при ее распространении в среде, находящейся во внешнем магнитном поле, зависит от напряженности H_0 этого магнитного поля и от расстояния d , проходимого волной в такой гиротропной среде. Если не учитывать отражения от границ гиротропной среды и считать магнитное поле слабым (учитывая лишь первую степень H_0), то зависимость угла ψ от H_0 и от d выражается законом Фарадея $\psi = \text{const} \cdot H_0 d$. Преломление на границах существенно влияет не только на интенсивность, но также и на поляризацию волны, прошедшей сквозь гиротропный слой. Закон Фарадея заменяется иной, более сложной зависимостью ψ от d . Рассмотрению этого эффекта и посвящена настоящая заметка.

2. Рассмотрим случай нормального падения плоской волны $E_{1y}^+ = 0$, $E_{1x} = 2e^{i(\bar{k}z - \omega t)}$ на плоский гиротропный слой 2 ($d > z > 0$), расположенный между изотропными средами 1 ($z < 0$) и 3 ($z > d$). Направление внешнего магнитного поля H_0 совпадает с направлением распространения волны — с осью OZ . В среде 1 $\epsilon = \epsilon^{(1)}$, $\mu = \mu^{(1)}$, в среде 3 $\epsilon = \epsilon^{(3)}$, $\mu = \mu^{(3)}$. Среда 2 описывается тензорами ϵ_{ik} и μ_{ik} ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_1$; $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$; $\epsilon_{yx} = -\epsilon_{xy} = i\epsilon_2$; $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_1$; $\mu_{yx} = -\mu_{xy} = i\mu_2$; $\mu_{zz} = \mu_3$) ($1-4$).

Падающую волну E_{1x}^+ можно представить в виде суммы двух волн, поляризованных по кругу: $\bar{E}_{1x} = e^{i(\bar{k}z - \omega t)}$, $\bar{E}_{1y}^+ = i\bar{E}_{1x}^+$ и $\bar{E}_{1x}^+ = e^{i(\bar{k}z - \omega t)}$, $\bar{E}_{1y}^+ = -i\bar{E}_{1x}^+$. В изотропной среде $\bar{k} = \bar{k}$, в гиротропной среде $\bar{k} \neq \bar{k}$. Из уравнений Максвелла нетрудно найти постоянные распространения \bar{k} и \bar{k} :

$$\bar{k} = \frac{\omega}{c} [(\epsilon_1 + \epsilon_2)(\mu_1 + \mu_2)]^{1/2}; \quad \bar{k} = \frac{\omega}{c} [(\epsilon_1 - \epsilon_2)(\mu_1 - \mu_2)]^{1/2}, \quad (1)$$

а также импедансы $Z_i = E_x/H_y$ сред 1, 2, 3 для циркулярно поляризованных волн:

$$\bar{Z}_2 = \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right)^{1/2}; \quad \bar{Z}_2 = \left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \right)^{1/2}; \\ \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \left(\frac{\mu^{(1)}}{\epsilon^{(1)}} \right)^{1/2}; \quad \bar{Z}_3 = \bar{Z}_3 = \left(\frac{\mu^{(3)}}{\epsilon^{(3)}} \right)^{1/2}. \quad (2)$$

3. Комплексные амплитуды циркулярно поляризованных волн \bar{E} и \bar{E} определяются из условий непрерывности тангенциальных составляющих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на плоскостях раздела $z = 0, d$. Эти краевые

условия должны выполняться для каждой из циркулярно поляризованных волн в отдельности. Определив из них \bar{E}_x , \bar{E}_y , \bar{E}_x и \bar{E}_y в каждой из трех сред, находим отношения

$$\frac{E_{3y}}{E_{3x}} = i \frac{\bar{E}_{3x} - \bar{E}_{3x}}{\bar{E}_{3x} + \bar{E}_{3x}} = i \frac{(1 + Z_{13}) [\cos \bar{k}d - \cos \bar{k}d] + i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d}{(1 + Z_{13}) [\cos \bar{k}d + \cos \bar{k}d] - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d}; \quad (3)$$

$$\frac{E_{1y}}{E_{1x}} = i \frac{(\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) - (\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d})}{(\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) + (\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d})} \quad (4)$$

$$\left(\text{где } R_{ik} = \frac{Z_k - Z_i}{Z_k + Z_i} \right).$$

Отделив действительную и мнимую части комплексных отношений (3) и (4) ($E_{1y}/E_{1x} = u_1 + iv_1$; $E_{3y}/E_{3x} = u_3 + iv_3$), находим (см. (1), стр. 35) угол фарадеева вращения ψ и отношение полуосей эллипса поляризации b/a :

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2v}{1 - u^2 - v^2}; \quad \sin 2\vartheta = \frac{2u}{1 + u^2 + v^2}, \quad \text{где } \operatorname{tg} \vartheta = \frac{b}{a}.$$

Рассматривая выражения (3) и (4), нетрудно придти к следующим выводам: 1) угол ψ зависит от толщины слоя d по сложному нелинейному закону, и только при $Z_{ik} = 1$ (т. е. в отсутствие отражения $R_{ik} = 0$) из (4) следует $\psi = \psi_0 = 1/2(\bar{k} - \bar{k})d$; 2) хотя падающая волна E_{1x} поляризована линейно, но результирующая волна $\mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{E}}$ должна иметь во всех трех средах эллиптическую поляризацию, что и наблюдалось на опыте (4,5).

В (4) отражение не учитывается: эллиптичность волны связывается только с потерями и даже выбрана в качестве однозначной характеристики поглощения в гиротропном слое. Между тем, из (3) и (4) следует, что эллиптичность волны обусловлена не только поглощением (комплексные Z_{ik} и R_{ik}), но также отражением и преломлением на границах гиротропного слоя. В отсутствие потерь — при действительных Z_{ik} и R_{ik} отношения (3) и (4) тоже комплексны.

4. Вдали от области гиромангнитного или ферромагнитного резонанса гиротропные свойства выражены слабо $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$ и $\mu_2 \ll \mu_1$. В линейном приближении относительно $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ и μ_2/μ_1 соотношения (3) и (4) значительно упрощаются. Например, при $\varepsilon_2 = 0$ (ферриты) (3) переходит в

$$\frac{E_{3y}}{E_{3x}} = -\frac{\mu_2}{\mu_1} \left[\frac{k_0 d}{2} + \frac{1}{2} \frac{(R_{12} - R_{23}) \sin k_0 d e^{i k_0 d} - 2 k_0 d R_{12} R_{23} e^{i 2 k_0 d}}{1 + R_{12} R_{23} e^{i 2 k_0 d}} \right], \quad (5)$$

где R_{ik} и k_0 — коэффициент отражения и постоянная распространения k_2 при $H_0 = 0$ (см. рис. 1).

В оптическом диапазоне влияние преломления на поляризацию невелико — показатель преломления n мало отличается от единицы, коэффициент отражения мал, и второе слагаемое в (5) можно во многих случаях не учитывать. Например, для CS_2 $n = 1,63$, $R^2 = 0,057$ для бензола $R^2 = 0,04$. Напротив, в диапазоне сантиметровых радиоволн ε и μ часто значительно отличаются от единицы, коэффициент отражения R уже не малая величина, и отражение и преломление существенно влияют на угол ψ . В радиодиапазоне толщина слоя d

порядка длины волны $(4,5)$, и это обстоятельство также значительно увеличивает влияние преломления на поляризацию (ср. (5)).

5. При некоторых специальных значениях ϵ, μ и d преломление в гиротропном слое не вызывает эллиптической поляризации. Соответствующее условие, накладываемое при заданных ϵ_{ih} и μ_{ih} на величины $\epsilon^{(1)}, \mu^{(1)}, \epsilon^{(3)}, \mu^{(3)}$ и d , нетрудно получить, приравнявая нулю мнимую часть выражения (3). В частном случае $\vartheta = 0$ и одновременно $\psi = 45^\circ$ (световой вентиль Рэлея) имеем $\bar{E}_{3x} = -i\bar{E}_{3x}$. Раскрывая это равенство, получаем условия осуществления системы Рэлея: $\bar{Z}_2(Z_1 + Z_3)\cos \bar{k}d = -(\bar{Z}^2 + Z_1Z_3)\sin \bar{k}d$; $\bar{Z}_2(Z_1 + Z_3)\cos kd = (\bar{Z}^2 + Z_1Z_3)\sin kd$.

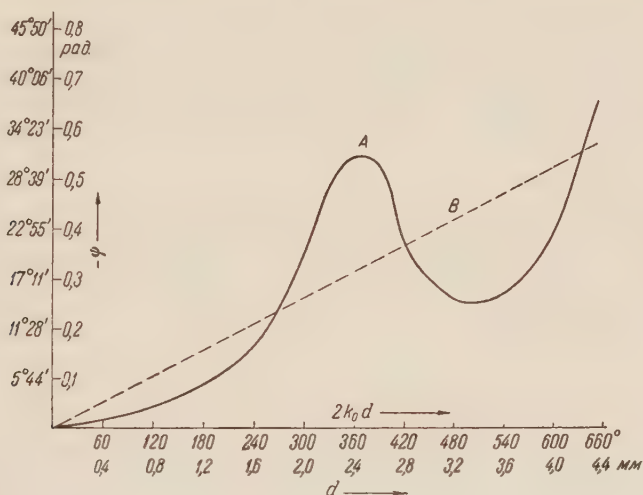


Рис. 1. Зависимость фарадеева вращения ψ от толщины слоя d , вычисленная по формуле (5) в предположении $\epsilon^{(1)} = \epsilon^{(3)} = \mu^{(1)} = \mu^{(3)} = 1$ (кривая A) и при $R = 0$ (прямая B, $\psi = \psi_0$). $\mu_1 = 1$; $\mu_2 = 0,2$; $\epsilon = 10$; $f = 2 \cdot 10^{10}$ гц ($\text{MnO} \cdot \text{ZnO} \cdot 2\text{Fe}_2\text{O}_3$)

6. Коротко остановимся на преломлении в гиротропном слое конечной толщины d , заполняющем отрезок волновода. Эффекты, имеющие место в плоском слое,—эллиптическая поляризация при преломлении, сложная зависимость фарадеева вращения ψ от d и т. д.—сохраняются и в волноводе.

На границе раздела изотропной секции круглого волновода (среды 1 и 3, $z < 0$ и $z > d$) и гиротропного участка 2 возникают все нормальные волны с данным типом симметрии по угловой координате φ . Разложим падающую и отраженную волны в среде 1 по нормальным волнам E_n изотропного волновода 1, 3: $E_1^+ = \sum_{n=0}^{\infty} a_n E_n$; $E_1^- = \sum_{n=-\infty}^{-1} a_n E_n$, аналогично в среде 3: $E_3 = \sum c_n E_n$. Поле в гиротропном слое 2 разлагаем по нормальным волнам гиротропного волновода \bar{E}_n : $E_2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \bar{E}_n$. Из граничных условий при $z = 0, d$ получаем для определения a_p ($p < 0$) и c_p ($p > 0$) бесконечную систему уравнений:

$$a_p = \sum b_n \gamma_{p,n}; \quad c_p = \sum b_n e^{(\gamma_n - \gamma_p)d} \gamma_{p,n},$$

где индексы p и n пробегают все значения от $-\infty$ до $+\infty$,

$$\gamma_{p,n} = \frac{c}{4\pi N_p} \int_S ([\bar{\mathbf{E}}_n \mathbf{H}_p] + [\mathbf{E}_p \bar{\mathbf{H}}_n]) dS \quad (S - \text{поперечное сечение волновода})$$

\mathbf{l} — единичный вектор по оси OZ), $\bar{\gamma}_n$ и γ_p — постоянные распространения, соответственно, в среде 2 и среде 3; $N_p = \frac{c}{2\pi} \int_S [\mathbf{E}_p \mathbf{H}_p] dS$.

7. Рассмотренные выше эффекты имеют место и в поперечном поле $\mathbf{H}_0 \perp OZ$. Пусть $\mathbf{H}_0 \parallel OY$ и вектор волны, падающей на гиротропный слой E_1^+ , образует с H_0 угол α . Тогда:

$$\frac{E_{3y}}{E_{3x}} = \frac{(1 + Z_{13}) \cos \bar{k}d - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d}{(1 + Z_{13}) \cos \bar{k}d - (\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) i \sin \bar{k}d} \frac{E_{1y}^+}{E_{1x}^+},$$

$$\text{где } \bar{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\mu_3}{\mu_1} (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2); \quad \bar{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_3}{\mu_1} (\mu_1^2 - \mu_2^2); \quad \bar{Z} = \left[\frac{\varepsilon_1 \mu_3}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2} \right]^{1/2};$$

$$\bar{\bar{Z}} = - \left[\frac{\mu_1^2 - \mu_2^2}{\varepsilon_3 \mu_1} \right]^{1/2}.$$

При $R_{ik} = 0$ и $(\bar{k} - k)d = (2n + 1)\pi$ $\psi = 2\alpha$ и $\vartheta = 0$, т. е. чистое вращение без эллиптичности.

Поступило
6 IX 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Борн, Оптика, пер. с немецк. В. М. Коновалова, 1937, §§ 7, 78
² В. Л. Гинзбург, Теория распространения радиоволн в ионосфере, 1949
³ D. Polder, Phil. Mag., 40, 99 (1949). ⁴ C. L. Hogan, Bell System Techn. J. 31, 1 (1952). ⁵ L. Goldstein, M. Lampert, J. Henery, Phys. Rev., 82, 956 (1951)
 Усп. физ. наук, 45, 472 (1951).

Д. Н. ЗУБАРЕВ

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОНФИГУРАЦИОННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ С КУЛОНОВСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 19 I 1954)

Вычисление конфигурационного интеграла для системы частиц с кулоновским взаимодействием (электролиты, ионизованный газ, электронный газ в компенсирующем поле) сталкивается с известными трудностями. Метод разложения по степеням плотности Урселла — Майера здесь неприменим, так как соответствующие интегралы расходятся. Поэтому для вычисления свободной энергии системы с кулоновским взаимодействием привлекаются дополнительные физические соображения о взаимном экранировании полей ионов противоположного знака (теория Дебая). Эта теория приводит к разумным результатам, однако она является заведомо приближенной. Например, если учесть высшие члены в разложении распределения Больцмана, которое возникает в поле вокруг данного иона, то ионные атмосферы не будут аддитивны, и приближение Дебая теряет силу. По сравнению с дебаевским методом значительно более последователен метод вычисления термодинамических функций ионизованного газа, предложенный Н. Н. Боголюбовым в его монографии, основанной на специфических разложениях функции распределения ⁽¹⁾.

Мы изложим метод вычисления конфигурационных интегралов для системы с кулоновским взаимодействием, основанный на введении «лишних», коллективных переменных. Идея этого метода принадлежит Н. Н. Боголюбову.

Зависящая от взаимодействия часть суммы состояния для реально-го газа с потенциалом взаимодействия между частицами $\Phi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$ имеет вид:

$$Q_N = \int \dots \int \exp \left\{ -\frac{1}{2\theta} \sum_{i \neq j} \Phi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) \right\} d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_N \quad (\theta = kT), \quad (1)$$

где $d\mathbf{r}_i$ есть элемент объема $dx_i dy_i dz_i$.

Введем, наряду с координатами отдельных частиц \mathbf{r}_j , как бы «лишние» переменные $\rho_{\mathbf{k}}$ — фурье-компоненты оператора плотности

$$\rho_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r}_j)}, \quad \rho_{\mathbf{k}}^+ = \rho_{-\mathbf{k}} \quad (2)$$

($\mathbf{k} \neq 0$, так как $\rho_0 = \sqrt{N} = \text{const}$).

Разложим потенциальную энергию взаимодействия между частицами в ряд Фурье

$$\Phi(r) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{v(\mathbf{k})}{v} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r})}. \quad (3)$$

Энергию взаимодействия между частицами выразим через переменные ρ_k :

$$\frac{1}{2} \sum_{j_1 \neq j_2} \Phi(|\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_{j_2}|) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{N}{2v} v(k) \rho_{\mathbf{k}} \rho_{-\mathbf{k}} + \frac{N^2}{2v} v(0) - \sum_{\mathbf{k}} \frac{N}{2v} v(k) \quad (4)$$

(для системы с кулоновским взаимодействием в поле с компенсирующим зарядом $v(0) = 0$).

Выражение для энергии взаимодействия (4) удобно в том отношении, что оно позволяет факторизовать конфигурационный интеграл (1). Перейдем в конфигурационном интеграле от переменных $\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N$ к переменным $\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N \dots \rho_{\mathbf{k}_1}$. Поскольку новые переменные не являются независимыми, а связаны между собой соотношениями (2), это нужно учесть, вводя в подинтегральное выражение произведение соответствующих дельта-функций.

Для конфигурационного интеграла получим выражение:

$$Q_N = \exp \left\{ -\frac{N^2 v(0)}{2v\theta} + \frac{1}{2\theta} \sum_{\mathbf{k}} \frac{N}{v} v(k) \right\} \times \\ \times \int \dots \int \exp \left\{ -\frac{1}{2\theta} \sum_{\mathbf{k}} \frac{N}{v} v(k) \rho_{\mathbf{k}} \rho_{-\mathbf{k}} \right\} D(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots) \dots (d\rho_{\mathbf{k}}^c d\rho_{\mathbf{k}}^s)' \dots, \quad (5)$$

где

$$D(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots) = \int \dots \int \prod_{\mathbf{k}} \delta \left(\rho_{\mathbf{k}}^c - \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j \cos(\mathbf{k} \mathbf{r}_j) \right) \delta \left(\rho_{\mathbf{k}}^s - \right. \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j \sin(\mathbf{k} \mathbf{r}_j) \right) d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_N, \\ \rho_{\mathbf{k}} = \rho_{\mathbf{k}}^c + i\rho_{\mathbf{k}}^s, \quad \rho_{\mathbf{k}}^c = \rho_{-\mathbf{k}}^c \quad \rho_{\mathbf{k}}^s = -\rho_{-\mathbf{k}}^s; \quad (6)$$

знак ' означает, что в суммах и произведениях нужно учитывать не все направления \mathbf{k} , а только лежащие в какой-нибудь одной полусфере, так как на $\rho_{\mathbf{k}}^c$, $\rho_{\mathbf{k}}^s$ наложены дополнительные условия. Функция $D(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots)$ играет роль якобиана для перехода от переменных \mathbf{r}_j к $\rho_{\mathbf{k}}$. Воспользовавшись интегральным представлением дельта-функций

$$\delta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i x \omega} d\omega, \quad (7)$$

запишем интеграл (6) в виде

$$D(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots) = \int \dots \int \exp \left[i\pi \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \rho_{\mathbf{k}} \right] \left\{ \exp \left[-\frac{i\pi}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k} \mathbf{r})} \right] d\mathbf{r} \right\}^N (d\omega), \quad (8)$$

где

$$(d\omega) = \prod_{\mathbf{k}} \{ d\omega_{\mathbf{k}}^c d\omega_{\mathbf{k}}^s \}, \quad \omega_{-\mathbf{k}}^c = \omega_{\mathbf{k}}^c, \quad \omega_{-\mathbf{k}}^s = -\omega_{\mathbf{k}}^s, \quad \omega_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}}^c - i\omega_{\mathbf{k}}^s.$$

Интегрирование по $d\mathbf{r}$ можно выполнить, если разложить экспоненту, стоящую под интегралом, в ряд по $1/\sqrt{N}$. Мы ограничимся тремя членами этого разложения:

$$\frac{1}{v} \int \exp \left\{ -\frac{i\pi}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k} \mathbf{r})} \right\} d\mathbf{r} = \\ = 1 - \frac{\pi^2}{2N} \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{-\mathbf{k}} + \frac{1}{3!} \left(\frac{i\pi}{\sqrt{N}} \right)^3 \sum_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0} \omega_{\mathbf{k}_1} \omega_{\mathbf{k}_2} \omega_{\mathbf{k}_3}.$$

Следовательно,

$$D(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots) = \left\{ 1 - \frac{1}{3! V N} \sum_{\substack{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0}} \frac{\partial^3}{\partial \rho_{\mathbf{k}_1} \partial \rho_{\mathbf{k}_2} \partial \rho_{\mathbf{k}_3}} \right\} D_0(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots), \quad (9)$$

где

$$D_0(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots) = v^N \int \dots \int \exp \left\{ i\pi \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \rho_{\mathbf{k}} - \pi^2 \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{-\mathbf{k}} \right\} (d\omega). \quad (10)$$

Выражение (10) распадается на произведение простых интегралов. Нетрудно убедиться, что

$$D_0(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots) = v^N \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (\rho_{\mathbf{k}} \rho_{-\mathbf{k}} + \ln \pi) \right]. \quad (11)$$

При вычислении конфигурационного интеграла в первом приближении можно заменить функцию $D(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots)$ приближенной функцией $D_0(\dots \rho_{\mathbf{k}} \dots)$. Тогда

$$Q_N = \exp \left\{ -\frac{N^2}{2v\theta} v(0) + \frac{1}{2\theta} \sum_{\mathbf{k}} \frac{N}{v} v(k) \right\} \times \\ \times \int \dots \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{N}{v\theta} v(k) + 1 \right) \rho_{\mathbf{k}} \rho_{-\mathbf{k}} + \ln \pi \right\} \dots (d\rho_{\mathbf{k}})' \dots \quad (12)$$

или

$$Q_N = \exp \left\{ -\frac{N^2}{2v\theta} v(0) \sum'_{\mathbf{k}} \frac{nv(k)}{\theta} \right\} \times \\ \times \prod_{\mathbf{k}} \int \dots \int \exp \left\{ -\left[\frac{nv(k)}{\theta} + 1 \right] \left[(\rho_{\mathbf{k}}^c)^2 + (\rho_{\mathbf{k}}^s)^2 \right] + \ln \pi \right\} \dots d\rho_{\mathbf{k}}^c d\rho_{\mathbf{k}}^s.$$

Вычислив интеграл по $d\rho_{\mathbf{k}}^c d\rho_{\mathbf{k}}^s$, найдем

$$[Q_N = \exp \left\{ -\frac{N^2}{2v\theta} v(0) + \sum'_{\mathbf{k}} \frac{nv(k)}{\theta} \right\} \prod_{\mathbf{k}} \frac{1}{\frac{nv(k)}{\theta} + 1}], \quad (13)$$

откуда для дополнительной части свободной энергии, связанной с взаимодействием между частицами, получим

$$F = -\theta \sum'_{\mathbf{k}} \left\{ \frac{nv(k)}{\theta} - \ln \left(\frac{nv(k)}{\theta} + 1 \right) \right\} + \frac{N^2}{2v} v(0). \quad (14)$$

Переходя от суммирования по \mathbf{k} к интегрированию заменой

$$\sum'_{\mathbf{k}} \rightarrow \int \frac{v 2\pi k^2 dk}{(2\pi)^3},$$

окончательно для свободной энергии неидеального газа получим

$$F = -\frac{v\theta}{4\pi^3} \int \left\{ \frac{nv(k)}{\theta} - \ln \left(\frac{nv(k)}{\theta} + 1 \right) \right\} k^2 dk + \frac{N^2}{2v} v(0). \quad (15)$$

Применим формулу (15) к электронному газу в компенсирующем поле. Для кулоновского взаимодействия

$$v(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}. \quad (16)$$

Из условия нейтральности имеем

$$v(0) = \int \Phi(r) dr = 0.$$

Для свободной энергии получим

$$F = -\frac{v\theta}{4\pi^2} \int_0^\infty \left\{ \frac{a^2}{k^2} - \ln \left(\frac{a^2}{k^2} + 1 \right) \right\} k^2 dk = -\frac{v\theta}{4\pi^2} \frac{a^3\pi}{3}, \quad (17)$$

где $a^2 = \frac{1}{r_d^2} = \frac{4\pi e^2 n}{\theta}$ (r_d — дебаевский радиус), откуда

$$F = -\frac{2v}{3} \sqrt{\frac{\pi}{\theta}} e^3 n^{3/2}. \quad (18)$$

Формула (18) совпадает с добавочной свободной энергией электролита, связанной с кулоновским взаимодействием между ионами в дебаевской теории электролитов.

Таким образом, мы видим, что при помощи введения «лишних» переменных можно избежать расходимости в свободной энергии для системы с кулоновским взаимодействием. Заметим, что для этого не требуется каких-либо новых физических гипотез, подобных дебаевской теории электролитов, все сводится к более корректному вычислению конфигурационных интегралов. Проблема введения «лишних» переменных с математической стороны имеет значительную аналогию с неизмеримо более сложной проблемой элементарных возбуждений в квантово-механических системах из большого числа взаимодействующих частиц, для применения к которым, в сущности, предназначен развиваемый нами метод. «Лишние» переменные, вводимые в систему для упрощения задачи, оказываются коллективными переменными, с которыми связаны колебательные свойства систем из большого числа взаимодействующих частиц ⁽²⁾.

В заключение выражаю благодарность Н. Н. Боголюбову за интерес к работе и ценные дискуссии.

Поступило
19 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. Н. Боголюбов, Проблемы динамической теории в статистической физике, М., 1946. ² Д. Н. Зубарев, ЖЭТФ, 25, 148 (1953).

Б. Л. ИОФФЕ

СИСТЕМЫ КОВАРИАНТНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТЕОРИИ КВАНТОВЫХ ПОЛЕЙ

(Представлено академиком А. И. Алихановым 18 I 1954)

В работе ⁽¹⁾ В. А. Фоком была предложена точная (без разложения по степеням $e^2/\hbar c$) система уравнений квантовой электродинамики в виде бесконечной совокупности «зацепляющихся» уравнений. В этих уравнениях, однако, не учитывалась возможность образования электронно-позитронных пар и сами уравнения были записаны в сугубо нековариантном виде, что сделало бы затруднительным в уравнениях Фока однозначное исключение появляющихся в теории бесконечностей типа собственной массы и заряда. В других работах ⁽²⁻⁴⁾, посвященных тому же вопросу, либо уравнения оставались не ковариантными ^(2,3), либо ковариантность достигалась искусственным введением дополнительного временного параметра σ , физический смысл которого оставался весьма неясным ⁽⁴⁾. При этом в уравнениях, предлагаемых в работах ⁽²⁻⁴⁾, приходится отдельно рассматривать переходы в состояния с положительной и отрицательной энергией (изображаемые одной линией в диаграммах Фейнмана), что резко увеличивает число членов в уравнениях и делает сами уравнения в общем виде необозримыми.

В настоящей работе производится вывод точной (т. е. без разложения по $e^2/\hbar c$) системы релятивистски-ковариантных уравнений. Для простоты мы будем рассматривать случай нуклонного поля, взаимодействующего с нейтральным псевдоскалярным мезонным полем, хотя изложенный ниже метод может быть без труда применен к квантовой электродинамике или к заряженным мезонным полям.

Рассмотрим задачу о движении одного нуклона. Будем исходить из уравнения для нуклонной функции Грина $G(x, x')$, которое, согласно работе ⁽⁵⁾, для случая псевдоскалярной нейтральной теории имеет вид*:

$$\left\{ i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - m + ig\gamma_5 \langle \varphi(x) \rangle g\gamma_5 \frac{\delta}{\delta J(x)} \right\} G(x, x') = \delta(x - x'). \quad (1)$$

В (1) $\langle \varphi(x) \rangle$ — внешнее мезонное поле (с учетом поляризации нуклонного вакуума), подчиняющееся уравнению

$$(\square - \mu^2) \langle \varphi(x) \rangle = -4\pi J(x) - 4\pi g \text{Sp} \gamma_5 G(x, x); \quad (2)$$

$J(x)$ — внешний нуклонный ток, а $\delta/\delta J(x)$ обозначает ^(1, 5) функциональную производную по току, взятую в точке x . Мы исполь-

* Эта запись уравнения для функции Грина выбрана из тех соображений, чтобы из получающейся системы уравнений легко было установить соответствие с системой, следующей непосредственно из уравнений, записанных в гейзенберговском представлении, и с уравнениями Фока ⁽¹⁾, хотя данная запись и менее удобна при рассмотрении задач со многими мезонами и для проведения перенормировок массы и заряда.

зую систему единиц, где $\hbar = c = 1$, и в наших обозначениях $a_\mu b_\mu =$
 $= a_4 b_4 - \vec{a} \vec{b}$, $\mathbf{a} = a_\mu \gamma_\mu$, $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$, $\gamma_5^2 = 1$, $\delta_{44} = 1$, $\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{33} = -1$.

Граничные условия к уравнениям (1), (2) соответствуют наличию на бесконечности расходящихся волн при $t > t'$ и сходящихся при $t < t'$. В теории возмущений это эквивалентно прибавлению к массе малой отрицательной мнимой добавки.

Перейдем в (1) и (2) к импульсному представлению, положив

$$G(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{ipx} e^{-ip'x'} G(x, x') d^4x d^4x', \quad (3)$$

и, кроме того, введем новые функции $\varphi' = -ig\varphi$ и $J' = 4\pi igJ$. Тогда (опуская штрихи) получим следующие уравнения ($\lambda = g^2/4\pi^3 i$):

$$(\mathbf{p} - m) G(\mathbf{p}, \mathbf{p}') - \gamma_5 \int \langle \varphi(\mathbf{p} - \mathbf{k}) \rangle G(\mathbf{k}, \mathbf{p}') d^4k - \\ - \lambda \gamma_5 \int \frac{\delta G(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{p}')}{\delta J(\mathbf{k})} d^4k = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'); \quad (4)$$

$$(\mathbf{k}^2 - \mu^2) \langle \varphi(\mathbf{k}) \rangle = J(\mathbf{k}) - \lambda \text{Sp} \gamma_5 \int G(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{p}) d^4p. \quad (5)$$

Сделаем теперь предположение, являющееся весьма общим, что функция Грина $G(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, которая есть функционал от внешнего ну-
 клонного тока $J(\mathbf{p})$, разлагается в функциональный ряд Тейлора по току

$$G(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sum_{n=0}^{\infty} G_n(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) J(\mathbf{s}_1) \dots J(\mathbf{s}_n) d^4s_1 \dots d^4s_n \quad (6)$$

и, аналогично,

$$\langle \varphi(\mathbf{k}) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \int \varphi_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) J(\mathbf{s}_1) \dots J(\mathbf{s}_n) d^4s_1 \dots d^4s_n. \quad (7)$$

Подставим разложения (6), (7) в (4), (5) и приравняем коэффициенты в правых и левых частях уравнений (4), (5) при произведениях $J(\mathbf{s}_1) \dots J(\mathbf{s}_n)$. Рассмотрим сначала уравнение для $\varphi_0(\mathbf{k})$. Оно имеет вид

$$(\mathbf{k}^2 - \mu^2) \varphi_0(\mathbf{k}) = -\lambda \text{Sp} \gamma_5 \int G_0(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{p}) d^4p.$$

Но $G_0(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{p})$ зависит только от двух векторов \mathbf{p} и \mathbf{k} и не может содержать γ_5 , так что $\text{Sp} \gamma_5 G_0(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{p}) = 0$ и

$$\varphi_0(\mathbf{k}) = 0. \quad (8)$$

Равенство (8) соответствует (в терминах S -матрицы) отбрасыванию замкнутых петель, не связанных с основной нуклонной линией. Благодаря (8) мы можем положить

$$\varphi_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) = D_{n-1}(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n). \quad (9)$$

Будем G_n и D_n искать в виде

$$G_n(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) = G_n(\mathbf{p}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}' - \mathbf{s}_1 - \dots - \mathbf{s}_n); \quad (10)$$

$$D_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{n+1}) = D_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{s}_1 - \dots - \mathbf{s}_{n+1}). \quad (11)$$

Подставляя (10), (11) в (6), (7), а (6), (7) в (4), (5), приходим к бесконечной системе «зацепляющихся» уравнений для функций G_n и D_n :

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{p} - m) G_n(\mathbf{p}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) - \\
& - \gamma_5 \sum_{m=0}^{n-1} D_{n-m-1} \left(\sum_{l=1}^{n-m} \mathbf{s}_l, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{n-m-1} \right) G_m \left(\mathbf{p} - \sum_{l=1}^{n-m} \mathbf{s}_l, \mathbf{s}_{n-m+1}, \dots, \mathbf{s}_n \right) - \\
& - \lambda \gamma_5 \sum_{i=1}^{n+1} \int G_{n+1}(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{i-1}, \mathbf{k}, \mathbf{s}_i, \dots, \mathbf{s}_n) d^4 k = \delta_{n,0}; \quad (12)
\end{aligned}$$

$$(\mathbf{k}^2 - \mu^2) D_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n) + \lambda \text{Sp} \gamma_5 \int G_{n+1} \left(\mathbf{p}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n, \mathbf{k} - \sum_{l=1}^n \mathbf{s}_l \right) d^4 p = \delta_{n,0}. \quad (13)$$

Как следует из (6), (7), (9), $G_n(\mathbf{p}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n)$ и $D_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n)$ должны быть симметричными функциями переменных $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n$. Однако уравнения (12), (13) выглядят несимметричными по переменным $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n$. Поэтому требование симметрии должно быть наложено дополнительно. Нужно заметить, что, предполагая дальнейшую симметризацию, в левой части уравнения (12) можно было бы опустить суммирование по i , заменив его умножением на $n+1$. Это не сделано для того, чтобы при решении методом теории возмущений получались правильные результаты без дополнительной симметризации. Чтобы уяснить смысл функций G_n и D_n , напомним несколько первых уравнений (12) и (13):

$$(\mathbf{p} - m) G_0(\mathbf{p}) - \lambda \gamma_5 \int G_1(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{k}) d^4 k = 1; \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{p} - m) G_1(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - \gamma_5 D_0(\mathbf{s}) G_0(\mathbf{p} - \mathbf{s}) - \\
& - \lambda \gamma_5 \int \{G_2(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{k}, \mathbf{s}) + G_2(\mathbf{p} + \mathbf{k}, \mathbf{s}, \mathbf{k})\} d^4 k = 0; \quad (15)
\end{aligned}$$

$$(\mathbf{k}^2 - \mu^2) D_0(\mathbf{k}) + \lambda \text{Sp} \gamma_5 \int G_1(\mathbf{p}, \mathbf{k}) d^4 p = 1. \quad (16)$$

Оборвем систему уравнений (12) на втором члене, т. е. положим $G_2 = 0$. Тогда из (15) имеем

$$G_1(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = (\mathbf{p} - m)^{-1} \gamma_5 G_0(\mathbf{p} - \mathbf{s}) D_0(\mathbf{s}), \quad (17)$$

а подстановка (17) в (14) дает для $G_0(\mathbf{p})$ уравнение

$$\left\{ \mathbf{p} - m - \lambda \gamma_5 \int (\mathbf{p} + \mathbf{k} - m)^{-1} \gamma_5 D_0(\mathbf{k}) d^4 k \right\} G_0(\mathbf{p}) = 1. \quad (18)$$

Как и следовало ожидать, появившийся в фигурных скобках член есть первая поправка к собственной массе нуклона (если в качестве $D_0(\mathbf{k})$ взять нулевое приближение $D_0^{(0)}(\mathbf{k}) = 1/(\mathbf{k}^2 - \mu^2)$), причем в этом выражении нужно еще, конечно, произвести перенормировку.

Легко убедиться, что все поправки к собственной массе нуклона более высокого порядка по g^2 получаются, если уравнения (12), (13) решать методом итераций. При этом члены вида $D_{n-m-1} G_m$ будут описывать вставку в собственно-энергетические диаграммы замкнутых петель.

Из (17) следует, что в данном приближении $G_1(\mathbf{p}, \mathbf{s})$ представляет собой простейшую вершинную часть⁽⁶⁾, соответствующую испусканию мезона с импульсом \mathbf{s} , с той только разницей, что вместо внешних линий стоят функции Грина нуклона $(\mathbf{p} - m)^{-1}$ и $G_0(\mathbf{p} - \mathbf{s})$ и мезона $D_0(\mathbf{s})$.

Связь между $G_1(\mathbf{p}, \mathbf{s})$ и вершинной частью $G_1(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = G_0(\mathbf{p}) \times \gamma_5(\mathbf{p}, \mathbf{s}) G_0(\mathbf{p} - \mathbf{s}) D_0(\mathbf{s})$ имеет место и в общем случае, как следует из определения⁽⁵⁾ вершинной части $\Gamma_5(\mathbf{k}; \mathbf{p}, \mathbf{p}')$:

$$\begin{aligned}
\Gamma_5(\mathbf{k}; \mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \frac{\delta G^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{\delta \langle \varphi(\mathbf{k}) \rangle} \Big|_{J=0} = \\
&= \int G^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'') \frac{\delta G(\mathbf{p}'', \mathbf{p}''')}{\delta J(\mathbf{k}')} G^{-1}(\mathbf{p}''', \mathbf{p}') D^{-1}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) d^4 k' d^4 p'' d^4 p''' \Big|_{J=0},
\end{aligned}$$

если учесть закон сохранения импульса (формулы (10), (11)).

Рассматривая формулы (12), (13), нетрудно увидеть, что, вообще функции $G_n(\mathbf{p}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n)$ соответствует совокупность диаграмм с двумя внешними нуклонными (с импульсами \mathbf{p} и $\mathbf{p} - \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i$) и n внешними мезонными линиями (с импульсами $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n$), а функции $D_n(\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n)$ соответствует совокупность диаграмм с $n + 2$ внешними мезонными линиями, импульсы которых равны $\mathbf{k}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n, \mathbf{k} - \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i$ (замкнутые петли с $n + 2$ вершинами). Точная функция Грина для системы нуклон + n мезонов отличается от функции G_n только слагаемым, описывающим свободное движение. Аналогичная ситуация имеет место для D_n .

Так например, функция $G_2(\mathbf{p}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ описывает процесс рассеяния мезона на нуклоне и связана с точной функцией Грина G_{MN} для системы мезон — нуклон соотношением

$$G_{MN}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{s}, \mathbf{s}') = G_0(\mathbf{p}) D_0(\mathbf{s}) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}') - \frac{s^2}{(4\pi^3)^2} [G_2(\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}') + G_2(\mathbf{p}, \mathbf{s}', \mathbf{s})] \times \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}' - \mathbf{s} - \mathbf{s}').$$

Этого можно было ожидать и заранее, поскольку, как известно (см., например, (7)), функция Грина для системы мезон — нуклон получается взятием второй функциональной производной от $G(x, x')$ по внешнему току. При помощи функции G_2 можно решать как задачи о рассеянии мезонов на нуклонах, так и задачи о связанных состояниях системы мезон — нуклон. В последнем случае ψ -функция системы может быть определена из уравнения $G_{MN}^{-1} \psi_{MN} = 0$.

В заключение автор хотел бы отметить, что настоящая работа могла бы быть проведена без ценных советов и обсуждений с А. Д. Иланиным и И. Я. Померанчуком, которым он выражает свою горячую благодарность.

Поступило
2 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. А. Фок, Sow. Phys., 6, 425 (1934). ² И. Е. Тамм, J. of Physics, 9, 4 (1945). ³ F. J. Dyson, Phys. Rev., 90, 994 (1953). ⁴ M. Cini, Nuovo Cim., 9, 526, 613 (1953). ⁵ J. Schwinger, Proc. Nat. Acad. Sci., 37, 452, 455 (1951). ⁶ F. J. Dyson, Phys. Rev., 75, 1736 (1949). ⁷ R. Utiyama, S. Sunakata, T. Imamura, Progr. Theor. Phys., 8, 77 (1952).

Ю. М. КАГАН и В. И. ПЕРЕЛЬ

К ТЕОРИИ ШАРОВОГО ЗОНДА В ПЛАЗМЕ

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 16 I 1954)

В настоящей работе рассматривается теория шарового зонда в плазме при низких давлениях с учетом того обстоятельства, что зонд является стоком заряженных частиц. Мы будем считать, что все частицы, достигшие зонда, теряют заряд. Пусть шаровой зонд радиуса a помещен в безграничную плазму. Наше рассмотрение справедливо, если область плазмы, возмущенная зондом, мала по сравнению с размерами трубки и длиной свободного пробега частиц. Если задана разность потенциалов $\varphi(a)$ между зондом и невозмущенными частями плазмы, то вокруг зонда создается центрально-симметричное поле $\varphi(r)$, в котором частицы испытывают рассеяние. Если u — скорость частицы на расстоянии r от зонда, а v — скорость вдали от зонда, то из закона сохранения энергии имеем

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - e\varphi(r), \quad (1)$$

где e — заряд частицы, включая знак. Вводя угол ϑ между направлением скорости в точке r и радиусом-вектором, направленным из центра зонда в эту точку, получим из закона сохранения момента

$$pv = ru \sin \vartheta, \quad (2)$$

где p — прицельный параметр. Будем искать функцию распределения частиц по скоростям $f(u\vartheta r)$, считая, что вдали от зонда она изотропна и равна $f_\infty(v)$. Рассмотрим сначала случай задерживающего поля $e\varphi(r) > 0$. Для определенности будем рассматривать электроны в задерживающем поле зонда. Рассмотрим слой dr на расстоянии r от зонда. Поток через слой электронов с прицельным параметром в интервале $p, p + dp$, начальной скоростью в интервале $v, v + dv$ и летящих к зонду будет $vf_\infty(v) \cdot 4\pi v^2 dv \cdot 2\pi p dp$. Вводя вместо p и v переменные u и ϑ и учитывая, что время, которое такие ионы летящие электроны проводят в слое, $d\tau = \frac{dr}{u |\cos \vartheta|}$, получим, что $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$ $f(u\vartheta r) = f_\infty(v)$. Изнутри в слой пройдут лишь те частицы, которые не попадут на зонд в силу закона сохранения энергии или закона сохранения момента. Последнее будет иметь место при

$$p > a \frac{u(a)}{v}. \quad (3)$$

Вводя

$$\sin \vartheta_{ru} = \frac{au(a)}{ru(r)}, \quad \vartheta_{ru} < \frac{\pi}{2}, \quad (4)$$

получим окончательно для функции распределения:

$$\left. \begin{aligned} f(u\vartheta r) &= f_{\infty}(v), & \pi > \vartheta > \vartheta_{ru}, \\ f(u\vartheta r) &= 0, & \vartheta_{ru} > \vartheta > 0, \end{aligned} \right\} \text{ для } \frac{mu^2}{2} > e[\varphi(a) - \varphi(r)];$$

$$f(u\vartheta r) = f_{\infty}(v), \quad \pi > \vartheta > 0, \quad \text{для } \frac{mu^2}{2} < e[\varphi(a) - \varphi(r)];$$
(5)

ϑ_{ru} имеет смысл угла экранирования частиц зондом, при отсутствии поля он приобретает простой геометрический смысл.

Пользуясь формулами (5), легко найти полный поток электронов на завод и концентрацию электронов на расстоянии r от зонда. Считая распределение $f_{\infty}(v)$ максвелловским, получим для полного потока F обычную формулу

$$F = \frac{Sn_{\infty}\bar{v}}{4} e^{-e\varphi(a)/kT_e}, \quad (6)$$

где S — площадь поверхности зонда; n_{∞} — концентрация электронов вдали от зонда; \bar{v} и T_e — средняя скорость и температура электронов в плазме. Для концентрации электронов $n_e(r)$ найдем

$$n_e(r) = n_{\infty} e^{-e\varphi(r)/kT_e} - \frac{1}{2} n_{\infty} e^{-e\varphi(a)/kT_e} \left\{ e^x [1 - \Phi(\sqrt{x})] - \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} e^{\frac{x}{1-a^2/r^2}} \left[1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{x}{1-a^2/r^2}}\right) \right] \right\}, \quad (7)$$

где $x = \frac{e[\varphi(a) - \varphi(r)]}{kT_e}$ и $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-z^2} dz$ — интеграл вероятности.

Отметим, что выражение в фигурной скобке всегда положительно и изменяется от 1 при $r=a$ до 0 при $r \rightarrow \infty$.

Из формулы (7) видно, что концентрация электронов вблизи зонда меньше, чем если бы они были распределены по формуле Больцмана. Причем вдали от зонда это различие невелико, а при приближении к поверхности зонда концентрация становится меньше «больцмановской» концентрации в два раза. Этот более быстрый спад концентрации связан с отсасывающим действием зонда. Вместе с тем, как это следует из формулы (6), обеднение плазмы электронами вблизи зонда не нарушает прямолинейного хода полулогарифмической вольт-амперной характеристики в области отрицательных потенциалов вплоть до потенциала пространства. Поэтому встречающееся в литературе утверждение, что обеднение может вызывать замедление роста электронного тока при отрицательных потенциалах зонда, близких к потенциалу пространства, представляется неправильным. С излагаемой точки зрения правильным, хотя и трудно выполнимым методом определения потенциала пространства будет определение по началу отклонения от прямолинейности вольт-амперной характеристики.

В случае притяжения рассуждения усложняются. Минимальное расстояние r_{\min} , на которое частица может приблизиться к зонду, зависит от ее прицельного расстояния p и находится из уравнения

$$2m \left[\frac{mv^2}{2} - e\varphi(r_{\min}) \right] - \frac{m^2 v^2 p^2}{r_{\min}^2} = 0, \quad (8)$$

откуда для прицельного расстояния $p_v(r_{\min})$, которое должна иметь частица данной скорости v , чтобы приблизиться к зонду до расстояния r , получим

$$p_v^2(r_{\min}) = r_{\min}^2 \left[1 - \frac{2e\varphi(r_{\min})}{mv^2} \right] = r_{\min}^2 \frac{u^2(r_{\min})}{v^2}. \quad (9)$$

Для случая отталкивания $p_v(r_{\min})$ есть монотонная функция от r_{\min} , так как при возрастании r_{\min} возрастает $u(r_{\min})$. Условием того, что частица не попадет на зонд, будет $r_{\min} \geq a$ и, следовательно, $p \geq p_v(a)$, что совпадает с ранее введенным условием (3).

В случае притяжения $e\varphi(r) < 0$, $u(r_{\min})$ убывает с возрастанием r_{\min} и функция $p_v(r)$ может иметь минимум при некотором значении $r = r_0$. Очевидно, что формула (9) имеет физический смысл при $r > r_0$. Только в этой области $p_v(r_{\min})$, получаемый из формулы (9), имеет физический смысл прицельного параметра. При прицельных параметрах $p < p_v(r_0)$ имеет место лимитационное движение, при котором частица падает на зонд.

Как видно из (9), лимитационное движение будет иметь место, если $\varphi(r)$ меняется с расстоянием быстрее чем $1/r^2$. Сфера радиуса r_0 играет для частиц скорости v роль границы зонда. Уравнение для r_0 получим, приравняв нулю производную от p_v^2 по r_{\min} , откуда найдем

$$\frac{mv^2}{2} = e\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2} e\varphi'(r_0). \quad (10)$$

Найдем теперь выражение для функции распределения частиц для случая притяжения. Рассмотрим слой dr на расстоянии r от зонда. Следует различать случаи $r > r_0$ и $r < r_0$.

При $r > r_0$, повторяя рассуждения, проведенные для случая отталкивания, заменив a через r_0 и $u(a)$ через $u(r_0)$, получим:

$$\left. \begin{aligned} f(u\vartheta r) &= f_{\infty}(v), & \pi > \vartheta > \vartheta'_{ru}, \\ f(u\vartheta r) &= 0, & \vartheta'_{ru} > \vartheta > 0, \end{aligned} \right\} \text{ для } \frac{mu^2}{2} + e\varphi(r) > 0; \quad (11)$$

$$f(u\vartheta r) = 0, \quad \pi > \vartheta > 0, \quad \text{для } \frac{mu^2}{2} + e\varphi(r) < 0;$$

$$\sin \vartheta'_{ru} = \frac{r_0 u(r_0)}{ru(r)}, \quad \vartheta'_{ru} < \frac{\pi}{2}. \quad (12)$$

При $r < r_0$ войдут в слой частицы, для которых $p < p_v(r_0)$, т. е. для которых $\sin \vartheta < r_0 u(r_0)/ru(r)$. Летящих от зонда частиц данной скорости в слое не будет. Для функции распределения получим, таким образом,

$$\left. \begin{aligned} f(u\vartheta r) &= f_{\infty}(v), & \pi > \vartheta > \vartheta''_{ru}, \\ f(u\vartheta r) &= 0, & \vartheta''_{ru} > \vartheta > 0, \end{aligned} \right\} \text{ для } \frac{mu^2}{2} + e\varphi(r) > 0; \quad (13)$$

$$f(u\vartheta r) = 0, \quad \pi > \vartheta > 0, \quad \text{для } \frac{mu^2}{2} + e\varphi(r) < 0;$$

$$\sin \vartheta''_{ru} = \frac{r_0 u(r_0)}{ru(r)}, \quad \vartheta''_{ru} > \frac{\pi}{2}. \quad (14)$$

Из (10) видно, что r_0 зависит от v , поэтому разделение пространства на две области должно проводиться отдельно для каждой скорости.

Так как ход потенциала в окрестности зонда заранее неизвестен то мыслимы две возможности.

1. Ход потенциала таков, что лимитационное движение отсутствует. В этом случае в формулах (11), (12) следует заменить r_0 на a , а $u(r_0)$ на $u(a)$. Формулы (13), (14) в этом случае теряют смысл.

Для полного потока частиц на зонд получим

$$F = \frac{S n_{\infty} \bar{v}}{4} \left[1 - \frac{e\varphi(a)}{kT} \right], \quad (15)$$

где n_∞ , \bar{v} и T — концентрация, средняя скорость и температура частиц в невозмущенной плазме. Эта формула совпадает с формулой обычной теории для сферического зонда, полученной для толстых слоев Ленгмюра. Аналогично случаю отталкивания можно получить выражение для концентрации частиц в окрестности зонда. Как известно, формула (15) находится в противоречии с экспериментом, она приводит к слишком большим значениям беспорядочного ионного тока.

2. Поэтому следует считать, что на самом деле осуществляется вторая возможность, т. е. ход потенциала таков, что имеет место лимитационное движение. Для полного потока в этом случае получаем

$$F = \int_0^\infty 4\pi r_0^2 \left[v^2 - \frac{2e}{m} \varphi(r_0) \right] f_\infty(v) v dv. \quad (16)$$

Если имеет место лимитационное движение, то формула (15) действительно дает завышенное значение потока, ибо она получается из (16) заменой r_0 на a и $\varphi(r_0)$ на $\varphi(a)$, а выражение $r^2 \left[v^2 - \frac{2e}{m} \varphi(r) \right]$ минимально при $r = r_0$.

Величины r_0 и, следовательно, $\varphi(r_0)$ являются неизвестными функциями v . Для нахождения их необходимо совместное решение уравнения Пуассона с уравнением (10), что представляет значительные математические трудности. Наличие вокруг зонда сферы, поглощающей притягивающиеся частицы, было отмечено в работе (1). Оценка величины ионного тока на зонд при достаточно больших отрицательных потенциалах зонда была сделана в работе (2), причем наблюдалось согласие с экспериментом.

Карело-финский государственный университет
Карело-финский педагогический институт

Поступило
29 IX 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Wenzel, Zs. f. angew. Phys., 2, 59 (1950). ² Ю. М. Каган, В. И. Перель, ДАН, 91, 1321 (1953).

С. А. КАПЛАН и К. П. СТАНЮКОВИЧ

**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАГНИТОГАЗОДИНАМИКИ
ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ**

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 26 1 1954)

Магнитогазодинамика в последнее время часто применяется при исследовании многих проблем геофизики и астрофизики. Однако до сих пор решения уравнений магнитогазодинамики были получены только для случая малых колебаний.

В настоящей заметке мы покажем, что задачи о произвольном одномерном нестационарном течении газа, обладающего бесконечно большой проводимостью, в магнитном поле можно свести к обычным одномерным задачам газодинамики и тем самым получить достаточно общие решения.

Как известно, уравнения магнитогазодинамики при бесконечно большой проводимости и пренебрежимо малой вязкости газа имеют вид (1)

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \frac{\mu}{4\pi\rho} [\mathbf{H}, \text{rot } \mathbf{H}] = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot } [\mathbf{v} \mathbf{H}]; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \mathbf{v}); \quad (3)$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad (4)$$

где \mathbf{v} — скорость, ρ — плотность, p — давление, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, μ — магнитная проницаемость, которая в дальнейшем будет считаться постоянной. К уравнениям (1)–(4) следует также добавить условие адиабатичности или уравнение, определяющее изменение энтропии. В этой работе мы ограничимся рассмотрением адиабатических (изэнтропических) движений.

Из (1) сразу следует, что движение может быть одномерным только при условии $\mathbf{v} \parallel [\mathbf{H}, \text{rot } \mathbf{H}]$, т. е. при $\mathbf{v} \perp \mathbf{H}$ (отвлекаясь от тривиального случая $\mathbf{v} \parallel \mathbf{H}$). Из (2) тогда вытекает, что вектор \mathbf{H} должен сохранять свое направление в пространстве, меняясь только по абсолютной величине. Поэтому, выбирая ось x по направлению движения, а ось y по направлению \mathbf{H} , мы можем уравнения магнитогазодинамики для одномерного движения записать в виде:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\mu}{8\pi\rho} \frac{\partial H^2}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (vH)}{\partial x} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (v\rho)}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

Уравнение (4) выполняется в этом случае тождественно.

Из (6) и (7) сразу получаем первый интеграл системы уравнений

$$\frac{H}{\rho} = b(S), \quad (8)$$

где S — энтропия.

Этот интеграл описывает так называемую «приклеенность» или «вмороженность» в вещество магнитных силовых линий. В частном случае величина b может быть постоянной, которая определяется очевидно, начальными условиями. Подставляя (8) в (5), получаем:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{\mu b^2}{8\pi} \rho^2 \right). \quad (9)$$

Уравнения (7) и (9) совместно с условием адиабатичности и определяя движение газа в рассматриваемой задаче.

Таким образом, произвольную задачу об одномерном нестационарном течении газа в магнитогазодинамике можно, действительно, свести к аналогичной задаче газодинамики, в которой следует только обычное выражение уравнения состояния $p(\rho)$ заменить на выражение:

$$p_m(\rho) = p(\rho) + \frac{\mu b^2}{8\pi} \rho^2. \quad (10)$$

В частности, для скорости распространения возмущений

$$c_m^2 = \left(\frac{\partial p_m}{\partial \rho} \right)_s = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s + \frac{\mu b^2}{4\pi} \rho = c^2 + \frac{\mu H^2}{4\pi \rho}, \quad (11)$$

где $c = \sqrt{\gamma p / \rho}$ — обычная скорость звука, а $\sqrt{\mu H^2 / 4\pi \rho}$ — магнитогазовая динамическая скорость, γ — отношение теплоемкостей.

Уравнения характеристики имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \pm c_m = v \pm \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho} + \frac{\mu b^2}{4\pi} \rho}; \\ v \pm \int \frac{c_m d\rho}{\rho} &= v \pm \int \frac{d\rho}{\rho} \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho} + \frac{\mu b^2}{4\pi} \rho} = \text{const}. \end{aligned} \quad (12)$$

Скорость истекания газа в вакуум (в котором нет также и магнитного поля)

$$v_{\max} = \int_0^{\rho_0} \frac{d\rho}{\rho} \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho} + \frac{\mu b^2}{4\pi} \rho}. \quad (13)$$

Очевидно, что выражения (12) и (13) могут быть легко подсчитаны для любого заданного уравнения адиабаты.

Для стационарного течения ($\partial v / \partial t = 0$) из (9) находим аналог уравнения Бернулли:

$$\frac{1}{2} v^2 + w + \frac{\mu b^2}{4\pi} \rho = \frac{1}{2} v^2 + \frac{c^2}{\gamma - 1} + \frac{\mu H^2}{4\pi \rho} = \text{const}, \quad (14)$$

где w — тепловая функция.

Известно, далее, что можно получить общее решение газодинамической задачи об одномерном движении в случае, если уравнение состояния имеет вид (2)

$$p = A \rho^{\frac{2n+3}{2n+1}} + B,$$

где A и B — произвольные постоянные, а n — целое положительное число или нуль. Очевидно, что подобным же образом можно получить

общее решение магнитогазодинамической задачи об одномерном движении газа в случае, если уравнение состояния имеет вид:

$$p(\rho) = A\rho^{\frac{2n+3}{2n+1}} + B - \frac{\mu b^2}{8\pi} \rho^2. \quad (15)$$

Подбирая три произвольных параметра: A , B и n в (15), мы можем с достаточной точностью аппроксимировать любое действительное уравнение состояния. В частности, особенно простым является случай $n=0$, так как тогда можно произвольное движение разложить на две не взаимодействующие волны, распространяющиеся в разные стороны. Таким образом, если действительное уравнение состояния аппроксимировать в виде

$$p(\rho) = A\rho^3 + B - \frac{\mu b^2}{8\pi} \rho^2, \quad (16)$$

то общее решение соответствующих уравнений магнитогазодинамики имеет вид

$$\begin{aligned} x &= (v \pm c_m)t + F_{1,2}(v \pm c_m), \\ c_m &= 3A\rho^2 - \frac{\mu b^2}{4\pi} \rho = 3A\rho^2 - \frac{\mu H^2}{4\pi\rho}, \end{aligned} \quad (17)$$

где F_1 и F_2 — две произвольные функции. Нетрудно убедиться, что аппроксимация (16) дает достаточно хорошее приближение для уравнений состояний вида $p = \text{const}(\rho)^\gamma$, где $1 \leq \gamma \leq 5/3$, т. е. уравнений состояний, представляющих практический интерес.

Особые решения для произвольного уравнения изэнтропы, очевидно, имеют вид

$$x = (v \pm c_m)t + F(v); \quad v = \pm \int c_m d \ln \rho = \pm \int \sqrt{c^2 + \frac{\mu b^2 \rho}{4\pi}} d \ln \rho, \quad (18)$$

где $F(v)$ — произвольная функция скорости.

Не представляет больших трудностей обобщение этого метода на случай цилиндрического, а при некоторых условиях и сферического движения, а также и на случай неадиабатических движений газа.

Поступило
22 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Х. Альфен, Космическая электродинамика, ИЛ, 1952. ² Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1953.



Академик Л. Д. ЛАНДАУ, А. А. АБРИКОСОВ и И. М. ХАЛАТНИКОВ

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ГРИНОВСКОЙ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОНА В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В предыдущей работе ⁽¹⁾ нами были получены уравнения для основных функций квантовой электродинамики. Поскольку мы поставили своей задачей точное решение этих уравнений, мы не можем пользоваться для величин G , $D_{\mu\nu}$ и Γ_μ их обычными выражениями даже с перенормированными коэффициентами.

Ввиду аналитичности функций G и $D_{\mu\nu}$ нам достаточно определить их при отрицательных значениях p^2 и k^2 (пространственные векторы), после чего они могут быть аналитически продолжены через верхнюю полуплоскость на положительные (временные) значения. Пользуясь преобразованием, указанным в работе ⁽¹⁾, мы можем перевести интегрирование в уравнениях для G и $D_{\mu\nu}$ в евклидовское 4-мерное пространство. Поэтому для определения G и $D_{\mu\nu}$ существенную роль играют Γ_μ от чисто пространственных векторов. Проводя то же преобразование в уравнении для Γ_μ , мы видим, что такие «пространственные» G , $D_{\mu\nu}$ и Γ_μ составляют замкнутую систему величин, не требующих для своего определения рассмотрения Γ_μ в других областях значений импульсов. В этой работе мы ограничимся получением, кроме G и $D_{\mu\nu}$, только «пространственных» Γ_μ и тех, которые могут быть получены из них аналитическим продолжением.

При решении уравнений основное значение имеет поведение всех функций при больших значениях импульсов $p \gg m$ и $k \gg m$. Будем искать функции G и $D_{\mu\nu}$ в виде:

$$G(p) = \frac{\beta(p^2)}{\hat{p}}; \quad (1)$$

$$D_{\mu\nu}(k) = \frac{1}{k^2} \left[d_t(k^2) \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) + d_l(k^2) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right], \quad (2)$$

где функции $\beta(p^2)$, $d_t(k^2)$, $d_l(k^2)$ — медленно меняющиеся функции от p^2 и k^2 . Что касается Γ_μ , то покажем, что уравнению для Γ_μ удовлетворяет выражение вида

$$\Gamma_\mu(p, q; l) = \gamma_\mu \alpha(f^2), \quad (3)$$

где $\alpha(f^2)$ — медленно меняющаяся функция аргумента; f^2 — любая из величин p^2 , q^2 и l^2 , когда они одного порядка. В случае, когда одна из этих величин мала по сравнению с двумя другими, в качестве f^2 надо брать наибольшую. Поскольку мы вычисляем «пространственные» Γ_μ , для которых $\sqrt{-p^2}$, $\sqrt{-q^2}$, $\sqrt{-l^2}$ представляют стороны обычного треугольника (т. е. удовлетворяют неравенствам $\sqrt{-q^2} + \sqrt{-l^2} > \sqrt{-p^2}$ и т. д.), мы сможем аналитически продолжить по-

лучаемые решения только на такие не чисто пространственные Γ_μ для которых либо p^2 , q^2 и l^2 одного порядка величины, либо при малости одного из них два других достаточно близки друг к другу.

Подставим выражения (1), (2), (3) в уравнение (1) работы (1). Легко видеть, что стоящий в правой части интеграл за исключением слабых функций логарифмически расходится при $|k^2| \gg |p^2|$ и $|k^2| \gg |q^2|$. Соответственно, эта область интегрирования играет в интеграле основную роль. В этой области можно пренебречь p , q и l по сравнению с k , и все стоящие под интегралом выражения становятся функциями только от k . После усреднения по направлениям вектора k γ_μ выходит за знак интеграла, подтверждая этим формулу (3) а под интегралом остается скалярное выражение. Для того чтобы перевести интегрирование по d^4k в простое интегрирование по dk^2 воспользуемся преобразованием $k_0 \rightarrow ik_0$, указанным в работе (1). Тогда d^4k перейдет в $i(2\pi)^{-2}d\Omega$. $d\Omega$ есть элемент объема в 4-мерном евклидовом пространстве и может быть записан в виде $2\pi^2 R^3 dR$ где R — радиус, в данном случае равный $\sqrt{-k^2}$. Таким образом имеем:

$$d^4k \rightarrow \frac{i}{4}(-k^2)d(-k^2). \quad (4)$$

Вводя новую переменную $\xi = \ln\left(-\frac{p^2}{m^2}\right)$, получаем окончательно:

$$\alpha(\xi) = 1 + \frac{e^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\infty} \alpha^3(z) \beta^2(z) d_l(z) dz. \quad (5)$$

Отметим, что в это уравнение не входит величина d_l .

Перейдем теперь к уравнению для G (4) (1). Легко видеть, что стоящий здесь интеграл при больших $k \gg p$ расходится. Хотя эта расходимость на первый взгляд первого порядка по k , усреднение по направлениям приводит, как известно, ввиду векторного характера величины k , снова к логарифмической расходимости. Это значит, что при разложении подинтегрального выражения по обратным степеням k мы должны всюду учитывать члены следующего порядка малости. Соответствующие члены в G находятся непосредственно из формулы (1), где мы, разумеется, можем, ввиду слабой зависимости β от p^2 ограничиться разложением в ряд знаменателя, т. е. написать

$$G(p-k) \approx -\frac{\beta(k^2)}{\hat{k}} - \beta(k^2) \frac{1}{\hat{k}} \hat{p} \frac{1}{\hat{k}}. \quad (6)$$

Необходимо, однако, также учесть поправки порядка p/k и p/l в $\Gamma_\mu(p, p-k; k)$. Для определения этих поправок мы должны обратиться снова к уравнению для Γ_μ . Поскольку дело идет о малых добавках возникающих при переходе от $p=0$ к конечному p , мы можем рассматривать изменение интеграла в правой части как сумму изменений происходящих от каждого члена под интегралом. Оценка получающегося при этом выражения показывает, что при $k \gg l$ подинтегральная функция обратно пропорциональна k^5 , т. е. интеграл при больших k сходится. Однако интеграл приобретает логарифмический вид в области значений k $l \gg k \gg p$, которая, таким образом, и должна явиться главной областью интегрирования. При больших и меньших значениях k интеграл дает относительно малые поправки, которыми можно пренебречь с рассматриваемой точностью.

В указанной области интегрирования достаточно, очевидно, учитывать только добавки p/k , так как они гораздо больше чем p/l

Можно показать, что достаточно ограничиться в выражении для $\Gamma_\sigma(p, p-l; l)$ добавками вида

$$i[\Delta_1(p^2, l^2) \hat{l} \gamma_\sigma + \Delta_2(p^2, l^2) \gamma_\sigma \hat{l}] \frac{\hat{p}}{p^2}; \quad (7)$$

нетрудно проверить, что добавки другого вида не возникают от G в форме (6), сами при подстановке в интеграл дают опять выражения типа (7), а поэтому при сравнении левой и правой частей уравнения оказываются равными нулю.

Подставляя (6) и (7) в уравнение для Γ_σ (1) ⁽¹⁾ и используя преобразование (4), получаем для Δ_1 и Δ_2 уравнения:

$$\Delta_1(\xi, \eta) = \frac{e_1^2}{8\pi} \alpha^2(\eta) \beta(\eta) \int_{\xi}^{\eta} \beta(z) \{ \Delta_1(\xi, z) [d_l(z) - d_t(z)] + \\ + [\Delta_2(\xi, z) + \alpha(z)] [d_l(z) + d_t(z)] \}; \quad (8)$$

$$\Delta_2(\xi, \eta) = \frac{e_1^2}{8\pi} \alpha^2(\eta) \beta(\eta) \int_{\xi}^{\eta} \beta(z) \{ \Delta_1(\xi, z) [d_l(z) + d_t(z)] + \\ + [\Delta_2(\xi, z) + \alpha(z)] [d_l(z) - d_t(z)] \}.$$

Здесь $\xi = \ln\left(-\frac{p^2}{m^2}\right)$ и $\eta = \ln\left(-\frac{l^2}{m^2}\right)$.

Подставляя выражения (6) и (7) в интеграл в уравнении для G , в котором основная область интегрирования $p \ll k < \infty$, получаем после аналогичных преобразований:

$$\frac{1}{\beta(\xi)} = 1 + \frac{e_1^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\infty} [\alpha(z) + \Delta_1(\xi, z) + \Delta_2(\xi, z)] \beta(z) d_l(z) dz. \quad (9)$$

Складывая оба уравнения (8), получаем для суммы $\Delta_1 + \Delta_2$:

$$\Delta_1(\xi, \eta) + \Delta_2(\xi, \eta) = \frac{e_1^2}{4\pi} \alpha^2(\eta) \beta(\eta) \int_{\xi}^{\eta} \beta(z) d_l(z) [\Delta_1(\xi, z) + \Delta_2(\xi, z) + \alpha(z)] dz. \quad (10)$$

Отметим, что в этом уравнении и в уравнении (9) снова выпала величина d_t . Таким образом, уравнения для определения Γ_μ и G могут решаться независимо от вычисления фотонной функции $D_{\mu\nu}$. Продольная часть d_l является, как уже указывалось, произвольной величиной, которую мы сохраняем в уравнениях для доказательства их градиентной инвариантности. Само собой разумеется, что зависимость G и Γ_μ от d_l ни в какой мере не противоречит градиентной инвариантности уравнений, поскольку эти величины при градиентном преобразовании не остаются неизменными.

Введем обозначение

$$\frac{\Delta_1(\xi, \eta) + \Delta_2(\xi, \eta)}{\alpha^2(\eta) \beta(\eta)} = q(\xi, \eta); \quad (11)$$

тогда $q(\xi, \eta)$ удовлетворяет уравнению

$$q(\xi, \eta) = \frac{e_1^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\eta} \alpha^2(z) \beta^2(z) d_l(z) q(\xi, z) + \frac{e_1^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\eta} \alpha(z) \beta(z) d_l(z) dz. \quad (12)$$

Уравнение (9) может быть теперь записано в виде:

$$\frac{1}{\beta(\xi)} = 1 + q(\xi, \infty). \quad (13)$$

Уравнения (5), (12) и (13) дают возможность однозначно определить α и β . После дифференцирования уравнений (5) и (12) (последнего по η) получаем:

$$\frac{d\alpha}{d\xi} = -\frac{e_1^2}{4\pi} \alpha^3(\xi) \beta^2(\xi) d_l(\xi); \quad (1)$$

$$\frac{\partial q(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \frac{e_1^2}{4\pi} \alpha^2(\eta) \beta^2(\eta) d_l(\eta) q(\xi, \eta) + \frac{e_1^2}{4\pi} \alpha(\eta) \beta(\eta) d_l(\eta). \quad (1)$$

К этому надо добавить граничные условия из интегральных уравнений

$$\alpha \rightarrow 1 \quad \text{при} \quad \xi \rightarrow \infty;$$

$$q = 0 \quad \text{при} \quad \xi = \eta.$$

Вводя новую функцию $r(\xi, \eta) = \alpha(\eta) q(\xi, \eta)$, имеем:

$$\frac{\partial r(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \frac{e_1^2}{4\pi} \alpha^2(\eta) \beta(\eta) d_l(\eta).$$

Отсюда

$$r(\xi, \eta) = \frac{e_1^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\eta} \alpha^2(z) \beta(z) d_l(z) dz, \quad \frac{\partial r(\xi, \eta)}{\partial \xi} = -\frac{e_1^2}{4\pi} \alpha^2(\xi) \beta(\xi) d_l(\xi).$$

При $\eta \rightarrow \infty$ имеем из (13) $r(\xi, \infty) = \frac{1}{\beta(\xi)} - 1$, откуда

$$\frac{d\beta}{d\xi} = \frac{e_1^2}{4\pi} \alpha^2(\xi) \beta^3(\xi) d_l(\xi).$$

Из этого уравнения и (14) следует $\alpha\beta = \text{const}$ или, учитывая граничные условия,

$$\alpha(\xi) \beta(\xi) = 1. \quad (1)$$

Легко видеть, что это условие непосредственно следует из теоремы Уорда (2)

$$\Gamma_{\mu}(p, p; 0) = \frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_{\mu}},$$

если учесть, что медленно меняющаяся функция β дает при дифференцировании член более высокого порядка.

После подстановки (16) в уравнение (14) получаем окончательно с учетом граничного условия,

$$\alpha(\xi) = \exp\left[\frac{e_1^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\infty} d_l(z) dz\right], \quad \beta(\xi) = \exp\left[-\frac{e_1^2}{4\pi} \int_{\xi}^{\infty} d_l(z) dz\right]. \quad (1)$$

Формулы (17) изображают по существу градиентное преобразование величин G и Γ_{μ} (для медленно меняющихся величин d_l). Наиболее удобным выбором является, очевидно, выбор $d_l = 0$ (в противном случае возможность обычно полагаемому $d_l = 1$). При этом никаких расходимостей у Γ_{μ} и G не возникает вообще, и эти величины (Γ_{μ} с учетом выше ограничений) просто равны своим нулевым значениям. Отметим, что такая нормировка по существу соответствует условию Лоренца $\partial A_i / \partial x_i = 0$.

Поступило
19 II 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосов, И. М. Халатников, ДАН, 9 № 3 (1954). ² I. C. Ward, Phys. Rev., 78, 182 (1950).

В. В. ТУРОВЦЕВ и И. С. ШАПИРО

РАДИАЦИОННЫЙ K -ЗАХВАТ ДЛЯ ЗАПРЕЩЕННЫХ ПЕРЕХОДОВ

(Представлено академиком Д. В. Скобелцыным 18 I 1954)

Захват ядрами атомных электронов может сопровождаться испусканием γ -лучей непрерывного спектра (радиационный захват). Поскольку чаще всего происходит захват электронов K -оболочки, наибольший интерес представляет явление радиационного K -захвата, впервые теоретически рассмотренное Моррисоном и Шиффом ⁽¹⁾ и экспериментально обнаруженное в течение последних лет рядом авторов ⁽²⁻⁵⁾.

Верхняя граница непрерывного спектра γ -лучей, испускаемых при радиационном K -захвате, равна полной энергии перехода E . Это обстоятельство позволяет использовать радиационный K -захват для целей ядерной спектроскопии в тех случаях, когда для исследуемого радиоактивного ядра позитронный распад энергетически невозможен. Определение верхней границы γ -спектра может быть лучше всего выполнено путем спрямления кривой энергетического распределения, аналогично тому как это делается при отыскании верхних границ β -спектров. Для этого, однако, необходимо знать предсказываемую теорией форму спектра, которая в работе ⁽¹⁾ вычислена лишь для разрешенных переходов.

В данной статье рассматриваются переходы первого порядка запрещения для векторного и тензорного вариантов теории. Как будет ясно из дальнейшего, перекрестные члены, пропорциональные произведению $g_V \cdot g_T$ (g_V , g_T — константы векторного и тензорного взаимодействий), не меняют существенно формы спектра сравнительно со случаем разрешенных переходов. Поэтому ниже приводятся только диагональные члены.

С точки зрения теории возмущений радиационный K -захват является процессом второго порядка, состоящим из двух виртуальных переходов: электрон K -оболочки переходит в состояние сплошного спектра, испуская γ -квант (первый переход), ядро (A , Z), захватив электрон из сплошного спектра и испустив нейтрино, превращается в ядро (A , $Z-1$) (второй переход). Матричный элемент перехода будет:

$$H = \sum_i \frac{\langle f | H'_\beta | i \rangle \langle i | H'_r | 0 \rangle}{E_0 - E_i}, \quad (1)$$

где индексы f , i , 0 относятся к конечному, промежуточному и начальному состояниям; H'_β , H'_r — гамильтонианы взаимодействия нуклонов с электронно-нейтринным полем и электронов с электромагнитным полем. Легко видеть, что разность $E_0 - E_i$ может обращаться в нуль для отрицательных энергий электрона в промежуточном состоянии, если энергия перехода E удовлетворяет соотношению

$$E \geq 2mc^2, \quad (2)$$

где mc^2 — энергия покоя электрона. При выполнении условия (2) возможен позитронный распад, и обращение в нуль знаменателя в (1) соответствует процессу аннигиляции испущенного ядром позитрона с одним из атомных электронов (вероятность такого процесса рассчитана в (6)). Поскольку, однако, радиационный K -захват представляет интерес главным образом в тех случаях, когда позитронный распад отсутствует, мы ограничимся рассмотрением области $E < 2mc^2$, для которой формула (1) применима. Все расчеты проведены нами в борновском приближении. Единицы выбраны так, что $m = \hbar = c = 1$.

Выполнив довольно длинные, но стандартные вычисления, мы получаем следующие результаты для дифференциальной ($W(k)$) и интегральной (W_0) относительных вероятностей радиационного K -захвата

$$W(k) = P(k) C_{1X}(k); \quad (3)$$

$$C_{1X}(k) = 1 - \frac{5(E-k)}{E^2} k D_{1X}(E); \quad (4)$$

$$W_0(E) = \int_0^E W(k) dk = P_0(E)(1 - D_{1X}(E)), \quad X = V, T, \dots, \quad (5)$$

где k — энергия γ -кванта (в единицах mc^2) и

$$P(k) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{(E-k)^2}{E^2} k, \quad (6)$$

$$P_0(E) = \int_0^E P(k) dk = \frac{\alpha}{12\pi} E^2, \quad \alpha = \frac{1}{137}. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7), ранее полученные Моррисоном и Шиффом, дают дифференциальную и интегральную вероятности радиационного K -захвата для разрешенных переходов. Величины D_{1X} для векторного и тензорного вариантов имеют вид:

$$D_{1X} = F_X / G_X; \quad (8)$$

$$F_V = \frac{r_4 E^2}{15} \left| \int \mathbf{r} \right|^2; \quad (9)$$

$$G_V = \left| \int \mathbf{r} \right|^2 E^2 + i \left[\left(\int \mathbf{r} \right) \left(\int \vec{\alpha} \right)^* - \left(\int \mathbf{r} \right)^* \left(\int \vec{\alpha} \right) \right] E + 3 \left| \int \vec{\alpha} \right|^2; \quad (10)$$

$$F_T = \frac{2}{5} E^2 \left[\frac{2}{9} \left| \int \vec{\sigma} \cdot \mathbf{r} \right|^2 + \frac{1}{6} \left| \int \vec{\sigma} \times \mathbf{r} \right|^2 + \frac{1}{12} \sum_{ij} |B_{ij}|^2 \right]; \quad (11)$$

$$G_T = \left| \int \vec{\sigma} \cdot \mathbf{r} \right|^2 E^2 / 9 + \left| \int \vec{\sigma} \times \mathbf{r} \right|^2 E^2 / 6 - \left[\left(\int \vec{\sigma} \times \mathbf{r} \right) \left(\int \vec{\alpha} \right)^* + \left(\int \vec{\sigma} \times \mathbf{r} \right)^* \left(\int \vec{\alpha} \right) \right] E / 3 + \left(\sum_{ij} |B_{ij}|^2 \right) E^2 / 12 + \left| \int \vec{\alpha} \right|^2. \quad (12)$$

В уравнениях (9) — (12) использованы общепринятые обозначения ядерных матричных элементов. В частности, B_{ij} есть симметричный тензор 2-го ранга с равным нулю следом:

$$B_{ij} = \int \{ \sigma_j r_i + \sigma_j r_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} (\vec{\sigma} \cdot \mathbf{r}) \},$$

где $\vec{\sigma}$ — матричный вектор спина.

Множитель C_{1V} оказывается весьма близким к 1. Последнее связано с тем, что числитель выражения D_{1V} содержит члены, пропорциональные $\left(\int \mathbf{r} \right)^2$ и равные по порядку величины $(ER)^2$, где R — радиус ядра (в единицах \hbar / mc), тогда как в знаменателе имеются чле-

ны $\sim v^2/c^2$ (v — средняя скорость нуклонов в ядре), происходящие от $(\int \vec{\alpha})^2$. Поскольку правила отбора для матричных элементов $\int \vec{r}$ и $\int \vec{\alpha}$ одинаковы (см. (7)) и в интересующей нас области энергий переходов $ER \ll v/c$, то всегда $D_{1\nu} \ll 1$. Существенно иная ситуация может иметь место в случае тензорного варианта для переходов типа $0 \rightarrow 0$ и $\Delta I = \pm 2$ (ΔI — разность угловых моментов исходного и конечного ядер). Для таких переходов отличны от нуля только матричные элементы $\int \vec{\sigma} \vec{r}$ ($0 \rightarrow 0$) и B_{ij} ($\Delta I = \pm 2$). Величина D_{1T} оказывается при этом сравнимой с единицей, вследствие чего форма γ -спектра отлична от таковой для разрешенных переходов.

На рис. 1 представлены формы спектров для разрешенных (кривая I) и указанных выше запрещенных (кривая II) переходов в тензорном варианте теории для $\Delta I = \pm 2$. Как видно из рисунка, различие кривых I и II довольно значительно — разность ординат при значениях абсцисс 0,3—0,4 составляет около 30%.

Область применимости приведенных выше результатов ограничена легкими ядрами ввиду использования борновского приближения. К сожалению, расчет вероятности радиационного K -захвата для тяжелых ядер, требующий использования релятивистских кулоновских волновых функций для электрона, сопряжен с большими трудностями из-за необходимости выполнить в формуле (1) интегрирование по энергиям электрона в промежуточном состоянии.

Отметим, что анализ опубликованных по радиационному K -захвату экспериментальных данных свидетельствует о справедливости формул (6) и (7) для разрешенных переходов далеко за пределами применимости борновского приближения.

Московский государственный
университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
8 XII 1953

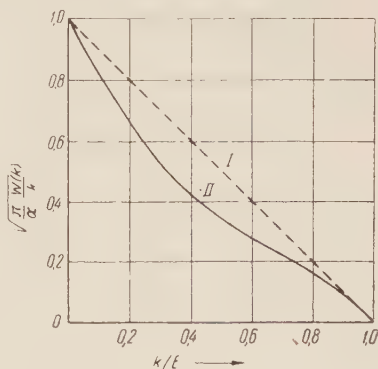


Рис. 1

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ P. Morrison, L. I. Schiff, Phys. Rev., 58, 24 (1940). ² D. Maeder, P. Preiswerk, Helv. Phys. Acta, 24, 625 (1951). ³ Eder Mateosian, A. Smith, Phys. Rev., 88, 1186 (1952). ⁴ P. R. Bell, J. M. Jauch, J. M. Cassidi, Science, 115, 12 (1952). ⁵ C. E. Anderson, G. W. Wheeler, W. W. Watson, Phys. Rev., 90, 606 (1953). ⁶ Ю. Б. Румер, Sov. Phys., 9, 317 (1936). ⁷ Л. В. Грошев, И. С. Шапиро, Спектроскопия атомных ядер, 1952.

Е. В. ШТОЛЬЦ и Я. С. ШУР

АНИЗОТРОПИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ В ПОРОШКОВЫХ ОБРАЗЦАХ ИЗ СПЛАВА $MnBi$

(Представлено академиком И. К. Кикоиным 15 I 1954)

1. До настоящего времени не удалось полностью объяснить физическую природу явлений, обуславливающих высокие значения коэрцитивной силы, наблюдаемые у некоторых ферромагнитных сплавов (высококоэрцитивных). На основании исследования различных физических свойств магнитно-анизотропных высококоэрцитивных сплавов было высказано предположение о том, что появление высокой коэрцитивной силы связано с возникновением однодоменной магнитной структуры ⁽¹⁾. Однако для установления правильности этого предположения необходима такая постановка опыта, при которой имела бы возможность сознательно регулировать размер ферромагнитных образований, ориентацию намагниченности доменов и степень магнитной анизотропии. При решении поставленной задачи важное значение могут иметь данные о магнитных свойствах образцов из порошков различной дисперсности, обладающих высокими значениями константы кристаллографической анизотропии, резко изменяющейся с температурой. Одним из наиболее пригодных материалов для данных целей является магнитно-одноосный сплав марганец—висмут, у которого константа анизотропии достигает рекордно высоких значений при комнатной температуре и при ее понижении катастрофически падает ⁽²⁾.

Настоящая работа посвящена исследованию магнитных свойств магнитно-анизотропных порошковых образцов из сплава марганец—висмут.

2. Излучению были подвергнуты порошки сплавов марганец—висмут, полученного путем спекания марганца и висмута при температуре 550° . Концентрация ферромагнитной фазы $MnBi$ в этом сплаве равна 30 объемн. %, остальное — свободный марганец и висмут. Этот сплав обладает намагниченностью насыщения ($4\pi I_s$), равной 2400 гаусс, и коэрцитивной силой $H_c = 80$ эрст. Порошки сплава получались путем механического дробления с последующим разделением на фракции по крупности частиц. Средний диаметр d порошинок отдельных фракций варьировал от 1,2 мм до 3 μ .

Магнитная структура в образцах создавалась тем, что порошки заданной крупности, тщательно перемешанные с бакелитовым лаком, помещались при их просушке между полюсами электромагнита. Исследованию подвергались три типа образцов, прошедших просушку в различных условиях: а) образец помещался в магнитное поле, направленное вдоль оси образца (продольная текстура); б) на образец не накладывалось магнитного поля (не текстурован); в) ось образца перпендикулярна магнитному полю (поперечная текстура). Измерения магнитных свойств проводились баллистическим методом сброса при двух температурах: -195 и $+20^\circ$.

3. Основные результаты измерения представлены на рис. 1—3 и в табл. 1.

Из кривых рис. 1, на котором приведены размагничивающие ветви петель гистерезиса, снятые с нетекстурованных образцов с различными средним размером порошинок (от 250 до 3 μ), видно, что существует

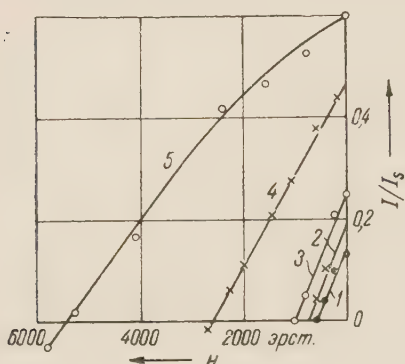


Рис. 1. Размагничивающие ветви петель гистерезиса нетекстурованных образцов из порошка различных размеров: 1 — $d = 250 \mu$, 2 — $d = 90 \mu$, 3 — $d = 63 \mu$, 4 — 7μ , 5 — 3μ

образца площадь петли меньше и, соответственно, меньше значения H_c и I_r/I_s . Наименьшая площадь петли гистерезиса наблюдается у поперечно-текстурованного образца, обладающего вместе с тем наименьшим значением H_c и I_r/I_s .

резкая зависимость коэрцитивной силы H_c и относительной остаточной намагниченности I_r/I_s от крупности частиц порошка. А именно уменьшение размера частиц порошка вызывает рост H_c и I_r/I_s ; особенно сильное возрастание H_c и I_r/I_s наблюдается при переходе к тонким порошкам.

На рис. 2 представлены петли гистерезиса, снятые с различным образом текстурованных образцов, изготовленных из порошка со средним размером частиц, равным 3 μ . Как видно из кривых рис. 2, петля гистерезиса продольно-текстурованного образца имеет наибольшую площадь, при этом I_r/I_s близко к единице и $H_c = 9000$ эрст. У нетекстурованного

Таблица 1

Зависимость от размеров частиц порошинок величины коэрцитивной силы H_c и относительной остаточной намагниченности I_r/I_s у различных образом магнитно-текстурованных порошковых образцов

d порошинок в μ	Текстура*	20°		—195°		d порошинок в μ	Текстура*	20°		—195°	
		H_c эрст.	I_r/I_s	H_c эрст.	I_r/I_s			H_c эрст.	I_r/I_s	H_c эрст.	I_r/I_s
3		9000	0,93	150	0,09	63		1000	0,30	120	0,07
	0	5600	0,61	145	0,09		0	950	0,24	100	0,07
	⊥	1600	0,15	130	0,09		⊥	850	0,21	85	—
5		5200	0,92	150	0,09	90		700	0,24	110	0,07
	0	3100	0,48	125	0,08		0	700	0,19	100	0,07
	⊥	1700	0,14	100	—		⊥	700	0,14	90	0,07
7		3500	0,90	150	0,09	250		500	0,17	110	0,07
	0	2500	0,46	130	0,09		0	500	0,13	80	0,07
	⊥	2000	0,26	115	0,08		⊥	500	0,10	70	0,06

* || — продольная текстура, 0 — не текстурован, ⊥ — поперечная текстура.

В табл. 1 и рис. 3 приведены результаты исследования влияния магнитной текстуры на значения I_r/I_s и H_c образцов, изготовленных из порошков различной крупности частиц. Как видно из рис. 3, при уменьшении размеров частиц вплоть до 10 μ H_c образцов возрастает незначительно и анизотропия H_c , обнаруживаемая при сравнении образцов различным образом текстурованных, также невелика. При раз-

мере частиц меньше 10μ H_c продольно-текстурованных образцов резко возрастает от 3500 до 9000 эрст. при переходе от образца, состоящего из частиц с $d=7 \mu$, к образцу из частиц с $d=3 \mu$. У нетекстурованных образцов при аналогичном уменьшении размеров частиц наблюдается меньший рост H_c , а именно, от 2500 до 5600 эрст. Эта же зависимость у поперечно-текстурованных образцов имеет другой вид, а именно, при уменьшении среднего размера порошка от 7 до 3μ H_c не только не возрастает, но, наоборот, уменьшается от 2000 до 1600 эрст. Зависимость $\frac{I_r}{I_s}(d)$ имеет такой же характер, как и зависимость $H_c(d)$, т. е. с уменьшением размера порошка I_r/I_s продольно-текстурованных образцов возрастает больше, чем у нетекстурованных, а на кривой $\frac{I_r}{I_s}(d)$ поперечно-текстурованных образцов наблюдается максимум при размерах частиц $10-20 \mu$.

Из данных, приведенных в табл. 1, видно, что при температуре жидкого азота ранее описанные образцы имеют низкие значения H_c и I_r/I_s и, кроме того, при этой температуре слабо проявляется влияние на магнитные свойства как размера частиц, так и искусственно созданной анизотропии в образцах.

4. Наблюдаемые закономерности могут быть объяснены, если принять, что по мере раздробления порошка происходят изменения в магнитной структуре порошинок, вызванные приближением частиц к таким размерам, при которых может существовать лишь однодоменная структура. Естественно предположить, что наблюдаемое возрастание коэрцитивной силы при переходе к частицам меньшим, чем $10^{-3}-10^{-4}$ см, вызвано появлением переходной магнитной структуры, при которой в пределах отдельной частицы имеется не-

большое число доменов. В таких мелких частицах все большую роль играют процессы вращения, в однодоменных частицах имеет место только чистый процесс вращения. Низкие значения остаточной намагниченности, наблюдаемые в образцах из крупных частиц, повидимому, вызваны действием внутреннего размагничивающего поля образца, состоящего из ферромагнитного сплава MnBi и свободных марганца и висмута. Однако по мере роста H_c с уменьшением размера частиц ослабевает

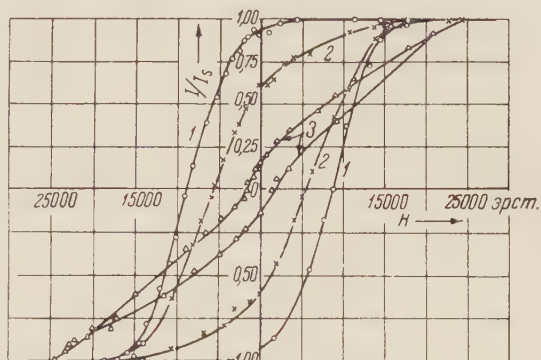


Рис. 2. Петли гистерезиса различным образом магнитно-текстурованных образцов из порошка размером 3μ . 1—продольная текстура, 2—отсутствие текстуры, 3—поперечная текстура

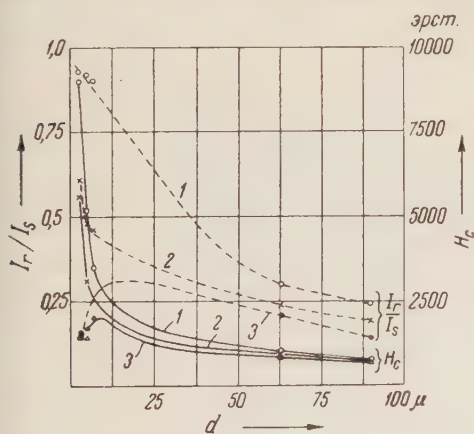


Рис. 3. Зависимость коэрцитивной силы и относительной остаточной намагниченности от размера частиц порошка для образцов, различным образом магнитно-текстурованных. 1—продольная текстура, 2—отсутствие текстуры, 3—поперечная текстура

влияние этого поля, что и приводит к росту остаточной намагниченности. Предположение о преобладании процесса вращения при перемагничивании образцов из тонкого порошка подтверждается также видом петель гистерезиса, снятых с образцов различным образом магнитно-текстурованных (рис. 2). Как было показано ранее ⁽¹⁾ при изучении магнитно-текстурованного сплава магнито, на образцах которого также наблюдалось увеличение коэрцитивной силы и остаточной намагниченности у продольно-текстурованных образцов и уменьшения названных магнитных характеристик в образцах поперечно-текстурованных, эти закономерности могут быть объяснены преобладанием в сплаве однодоменной магнитной текстуры. Наблюдаемое при температуре жидкого азота исчезновение анизотропии магнитных свойств у образцов, различным образом текстурованных, объясняется тем, что при этой температуре константа анизотропии весьма мала по сравнению с ее значением при комнатной температуре ⁽²⁾. Отсюда видно, что для получения высоких значений H_c необходимо не только создать в материале однодоменную структуру, что исключает процесс смешения, но и иметь материал, у которого резко выражена анизотропия магнитных свойств.

Институт физики металлов
Уральского филиала Академии наук СССР

Поступило
4 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. А. Шубина, Я. С. Шур, ЖТФ, 19, 88 (1949); В. И. Дрожжина, М. Г. Лужинская, Я. С. Шур, ЖТФ, 19, 95 (1949); Д. А. Штуркин, Я. С. Шур, ЖТФ, 19, 235 (1949); 20, 1393 (1950). ² C. Guillaud, Cahiers de Physique, 1943, p. 15.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

К. П. БУНИН и А. В. ЧЕРНОВОЛ

**О ФОРМЕ ВКЛЮЧЕНИЙ УГЛЕРОДА ОТЖИГА
В МАГНИЕВЫХ ЧУГУНАХ**

(Представлено академиком Г. В. Курдюмовым 22 I 1954)

Графитные включения, образующиеся при затвердевании серого магниевого чугуна, имеют форму более или менее правильных равноосных многогранников («глобулярный графит»). Включения графита, образующиеся при графитизирующем отжиге белого магниевого чугуна (включения «углерода отжига»), часто имеют такую же форму (см. рис. 1 а). Нередко, однако, они представляют собой только часть многогранника (см. рис. 1 б).

Для установления причины этого был исследован отожженный при 850, 950 и 1050° белый чугун с 3,03% С; 0,50% Si; 0,30% Mn; 0,09% P; 0,009% S и с 0,047; 0,076 и 0,093% Mg.

Белый чугун выплавлялся в высокочастотной электропечи и отливался в земляных формах в виде цилиндрических прутков диаметром 20 мм. Модифицирование чугуна производилось магнием (95,23% Mg).

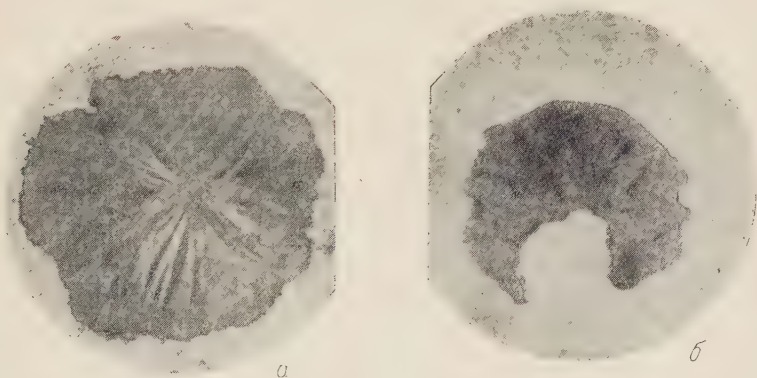


Рис. 1. Два вида включений углерода отжига в магниевом чугуне. $\times 800$

По ходу отжига образцы извлекались из печи и охлаждались на воздухе. Микроскопическое исследование таких образцов позволило установить картину роста включений углерода отжига на разных этапах графитизации белого чугуна. При микроанализе применялся поляризованный свет, который по сравнению с обычным имел то преимущество, что по выявлявшейся в нем лучистой поликристаллической структуре графитных включений можно было устанавливать направление роста кристаллитов, входящих в состав включения.

Установлено, что равноосные многогранные включения графита образуются лишь в том случае, если они растут в аустените, не приходя в соприкосновение с карбидом (см. рис. 2 а). Если же графитное включение в процессе роста оказывается с одной стороны в контакте с карби-

дом, а с другой — с аустенитом, то оно продолжает расти только в сторону аустенита, рост же в сторону карбида задерживается (см. рис. 2 б). В результате включение углерода отжига приобретает форму искаженного многогранника. Часто в этом случае часть или даже весь кристалл карбида оказывается включенным в графит (см. рис. 3). При дальнейшей выдержке углерод этого карбида переносится к графитному включению и вместо карбида образуется аустенит.

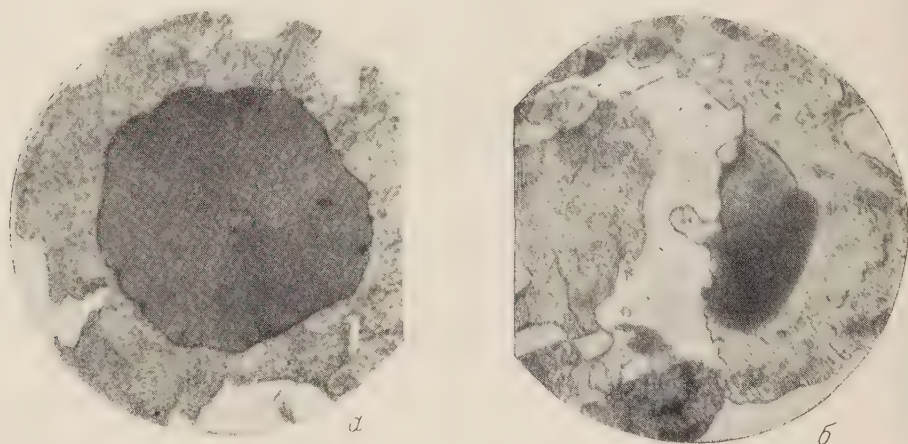


Рис. 2. Включения углерода отжига магниевого чугуна в процессе роста. $\times 800$

Было установлено также, что рост графитных включений в аустените образовавшемся при затвердевании белого чугуна («первичный» аустенит), и в аустените, получившемся при отжиге из карбида («вторичный» аустенит), происходит с разной скоростью. В «первичном» аустените графитное включение растет быстрее, чем во «вторичном».

Таким образом, микроанализ непосредственно показывает, что форма графитных включений, образующихся при отжиге белого магниевого чугуна, определяется строением металлической матрицы. Встречающиеся отклонения от равноосной многогранной формы обусловлены структурной неоднородностью металлической матрицы — наличием в ней, наряду с «первичным» аустенитом, карбида и «вторичного» аустенита.

Раньше было показано, что узким звеном процесса роста графитных включений при отжиге белого чугуна, определяющим скорость их роста и форму, является не диффузия атомов углерода в металлической матрице к поверхности графита, а отвод атомов матрицы от этой поверхности (^{1, 2}).

Полученные в настоящей работе данные подтверждают вывод о том, что форма включений графита определяется прежде всего условиями отвода атомов железа в матрице. В самом деле, если бы скорость роста и форма графитных включений были связаны с переносом углерода, то наиболее благоприятные для роста условия попадали бы те участки поверхности графита, которые расположены ближе других к источнику углерода — к карбиду. Для них «диффузионное расстояние» мало, а градиент концентрации углерода наибольший. Поскольку, однако, включения графита разрастаются преимущественно в сторону аустенита, а не в сторону близлежащего карбида, постольку диффузия углерода не может быть признана процессом, определяющим скорость их роста и форму.

Рост графитных включений в белом чугуне возможен лишь постольку, поскольку осуществляется удаление относительно малоподвижных атомов железа из тех областей металлической матрицы, в которых зарождаются и растут графитные включения.

То, что передвижка атомов железа в матрице (осуществляющаяся путем самодиффузионных и дислокационных актов) действительно является узким звеном процесса, определяющим скорость роста и форму графитных включений, доказывается и другими экспериментальными фактами.

Известно, например, что в аустенитно-карбидной металлической матрице, имеющей нарушения сплошности, образование графита резко ускоряется. Рост графитных включений в порах не связан с передвижкой атомов железа и его скорость, действительно, определяется скоростью диффузионного переноса в металлической матрице небольших относительно подвижных атомов углерода. Факты «сверхбыстрой» графитизации установлены для пористых Fe — C композиций, изготовленных путем спекания ⁽³⁾, для чугунов, содержащих закалочные микротрещины ⁽⁴⁾, для чугунов с осадочными микропорами ⁽⁵⁾, при образовании графита на поверхности образцов ⁽⁶⁾.

С этой точки зрения становятся понятными и факты, установленные в настоящей работе.

При росте графитных включений в однородном аустените самодиффузионные и дислокационные акты обеспечивают более или менее равномерный отвод атомов железа во все стороны, и включения получаются равноосными. Границы зерен матрицы, вдоль которых в обычных белых чугунах наблюдается ускоренный отвод атомов железа, в чугунах, содержащих магний, не играют такой роли. Магний, концентрируясь на границах зерен, каким-то образом задерживает пограничную самодиффузию атомов железа, и этим самым исключается возможность образования графитных ответвлений по границам зерен.

Рост графитного включения в условиях, когда с аустенитом контактируется лишь часть его поверхности, а другая часть соприкасается с карбидом, происходит в условиях неоднородного отвода атомов железа от фронта графитизации. Включение практически растет лишь в сторону аустенита, в котором передвижка атомов железа происходит быстрее, чем в цементите. В сторону же карбида (являющегося источником углерода) графитное включение почти не растет, поскольку перемещение атомов железа в карбиде из-за более сильного межатомного взаимодействия и, возможно, из-за меньшего числа вакансий затруднено.

Различие между «первичным» и «вторичным» аустенитом также может быть объяснено различием скорости передвижки атомов железа, обусловленным неравномерным распределением примесей между аустенитом и карбидом при затвердевании.

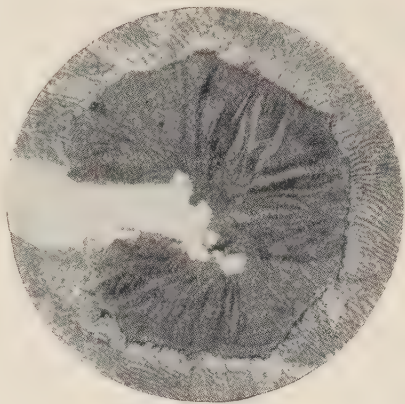


Рис. 3. Включение цементита в графите. $\times 800$

Поступило
20 VI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ К. П. Бунин, Н. М. Данильченко, ДАН, **72**, № 5 (1950). ² К. П. Бунин, Н. М. Данильченко, И. Г. Хейфец, Литейное производство, **1** (1952). ³ В. И. Лихтман, И. Н. Смирнова, ДАН, **86**, № 6 (1952). ⁴ К. П. Бунин, Н. М. Данильченко, ДАН, **82**, № 3 (1952). ⁵ К. П. Бунин, Н. М. Данильченко, Г. И. Иванцов, Литейное производство, **7** (1952). ⁶ К. П. Бунин, В. В. Салли, ДАН, **83**, № 6 (1952).

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

С. Т. КИШКИН

**О МЕХАНИЗМЕ РАЗУПРОЧНЕНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ
КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ СО ВРЕМЕНЕМ ПРИ ВЫСОКОЙ
ТЕМПЕРАТУРЕ**

(Представлено академиком Н. Т. Гудцовым 12 XII 1953)

В области высоких температур можно наметить три случая поведения кристаллических тел под нагрузкой (см. рис. 1):

1. С течением времени при постоянной температуре происходит разупрочнение (потеря прочности) образца или детали при упрочнении материала за счет дисперсионного твердения. Большинство промышленных сплавов на никелевой или железной основе ведет себя именно таким образом.

2. С течением времени при постоянной температуре разупрочнение образца или детали вначале сопровождается повышением прочности материала (растут твердость и предел прочности), но при значительном возрастании длительности испытания прочность материала начинает постепенно понижаться.

3. С первых часов испытания при постоянной температуре разупрочнение образца или детали происходит в условиях понижающейся прочности материала. Так ведут себя под нагрузкой сплавы на алюминиевой или магниевой основе, когда им приходится работать выше 200°.

Здесь всюду под разупрочнением образца или детали понимается понижение предела длительной прочности* с течением времени при постоянной заданной (высокой) температуре. Под прочностью материала в данном случае понимаются предел прочности или твердость, определенные при комнатной температуре после старения (отпуска) при заданной температуре и заданном времени старения, отвечающем длительности испытания образца под нагрузкой. Старение, проведенное при достаточно высоком напряжении, но не вызывающем образования трещин, не влияет на характер упрочнения или разупрочнения большинства материалов.

Самым интересным является первый случай, когда разупрочнение образца сопровождается упрочнением сплава (см. рис. 2) в результате образования мельчайших фаз, блокирующих пластическую деформацию. Становится очевидным, что падение предела длительной прочности с течением времени при испытании материала в области высоких темпера-

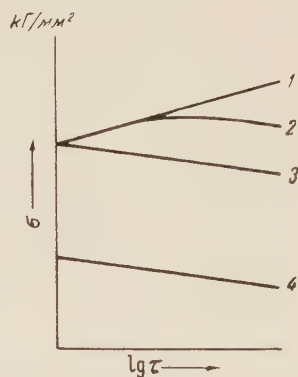


Рис. 1. Изменение H_B или σ_B (при 20°) после длительного старения при высокой постоянной температуре (кривые 1, 2 и 3) и изменение предела длительной прочности при испытании образца под нагрузкой при такой же температуре (кривая 4)

* Под пределом длительной прочности при данной (высокой) температуре понимают напряжение, приводящее к разрушению образца за определенный промежуток времени при постоянной приложенной нагрузке.

тур в данном случае нельзя связывать с процессами коагуляции или растворения упрочняющих фаз, поскольку, согласно экспериментальным данным, как внутри зерна, так и по границам зерен твердость сплава несколько возрастает за время опыта.

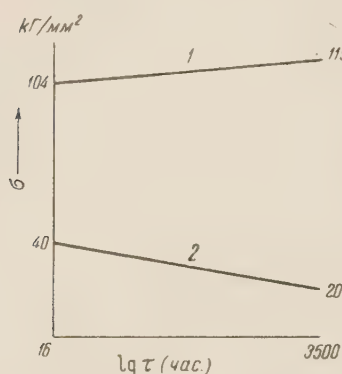


Рис. 2. 1 — упрочнение сплава ЭИ 437 (повышение σ_B при 20° после старения при 700° под напряжением 11 кг/мм²); 2 — разупрочнение образца из этого же сплава при длительных испытаниях под большой нагрузкой при той же температуре

трещин, идущих при длительном действии статической нагрузки в очень многих случаях по границам зерен. С увеличением длины трещины растет концентрация напряжений и уменьшается площадь поперечного сечения образца или детали.

Развитию трещин при высоких температурах особенно активно способствуют легкоплавкие примеси различных веществ, залегающие по границам зерен. Этот эффект аналогичен эффекту, открытому П. А. Ребиндером.

Все процессы, способствующие хрупкости границ зерен и понижению сопротивления отрыву металла межзеренных прослоек, будут усиливать разупрочнение образцов и деталей под напряжением. В сущности, этот процесс разупрочнения представляет собой процесс разрушения, развивающийся иногда очень длительное время, если напряжения не очень высоки, но достаточны для возбуждения и развития трещин.

Примером сплава, работающего в зоне (Б), может быть сплав ЭИ 437, если его испытывать при 800°. У этого сплава, предварительно состаренного при 700° (16 час.), обычно уже через 30 мин. выдержки при 800° в основном заканчивается процесс коагуляции или растворения упрочняющих частиц, и его твердость в результате этого понижается с 290 до 275—280 единиц по Бринеллю, почти не меняясь при более длительном испытании. Между тем, через несколько часов при этой температуре под напряжением всего лишь в 20 кг/мм² с поверхности образца образуются

В практике для высоконагруженных деталей применяют сплавы, склонные к дисперсионному твердению (старению).

Сплавы, работающие в температурной зоне (А) до максимума на кривой старения характеризуются разупрочнением образца или детали (понижением предела длительности прочности с увеличением срока испытания) и такими структурными изменениями, которые повышают твердость или предел прочности сплава после соответствующего старения. Температурная зона (Б) — максимум на кривой старения охватывает такие случаи, когда разупрочнение образца или детали сопровождается разупрочнением сплава: его твердость понижается.

Есть основания утверждать, что основным механизмом разупрочнения образца или детали, изготовленных из большинства промышленных сплавов, работающих в зоне (А), и многих сплавов (в частности, на никелевой основе), работающих в зоне (Б), является механизм образования и развития

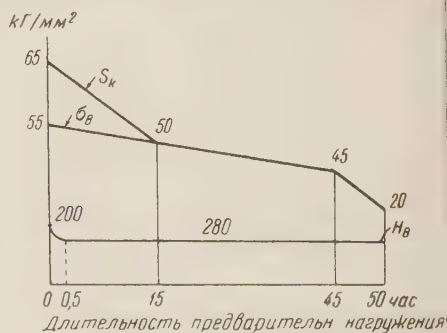


Рис. 3. Понижение сопротивления разрушению при 800° сплава ЭИ 437 в зависимости от длительности предварительного нагружения под напряжением 20 кг/мм (С. Т. Кишкин, А. А. Клыпин)

идущие вглубь металла трещины. Если такой образец довести до разрушения (при 800°), то сопротивление разрушению оказывается заниженным, и оно тем ниже, чем больше была предварительная выдержка под напряжением, равным 20 кг/мм^2 (см. рис. 3). Через 15 час. сопротивление разрушению падает от 65 до 50 кг/мм^2 , а через 50 час. образец разрушается под напряжением, равным 20 кг/мм^2 , в результате образования и развития трещин под этим напряжением.

У очень многих сплавов трещины возникают в начале второго периода ползучести (рис. 4). Поэтому процесс ползучести таких сплавов протекает уже во втором периоде не при постоянном, а при переменном напряжении*.

Механизм разупрочнения путем образования и развития трещин, по-видимому, представляет собой основной механизм истощения прочности металлов и сплавов с течением времени при самых разнообразных способах их нагружения и различных условиях эксплуатации. Характерно, что и хрупкое разрушение материалов при комнатной температуре, и усталостное разрушение (по зерну при любых температурах), и статическое разрушение при длительном действии нагрузки в области высоких температур (в большинстве случаев по границам зерен), и ряд других случаев разрушения внешне описываются одинаковым образом: в определенном интервале времени (в логарифмическом масштабе) прочность падает по закону прямой, пока напряжение не достигнет у кристаллических тел определенного критического значения (отвечающего определенной упругой деформации), характерного для выбранной среды испытания. В дальнейшем при увеличении длительности нагружения трещины не возбуждаются и прочность не зависит от времени испытания. Не исключена возможность, что у хрупких аморфных тел, а также у некоторых металлов, нет ясно выраженного критического напряжения, и с увеличением длительности испытания при наличии достаточно активной внешней среды (в ряде случаев, влаги) с увеличением длительности испытания прочность будет непрерывно понижаться.

Специфика разрушения сплавов по зерну, а не по границам зерен, что имеет, например, место при развитии трещины из сдвига в случае испытания на усталость, приводит к тому, что трещина по времени возникает значительно позже. В этом случае сплав работает 80—85% времени до разрушения без трещин, в то время как под действием статической нагрузки в области высоких температур материал работает без трещин часто всего лишь 10—20% времени до разрушения. В связи с этим проблема упрочнения границ зерен жаропрочных сплавов становится одной из центральных проблем металлургии.

Поступило
12 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ D. Hanson, M. A. Wheeler, J. Inst of Metals, 45, No. 1, 229 (1934).
Flight, 54, No. 2074, 383 (1948). ³ Я. М. Потак, Зав. лаб., № 1, 77 (1947).
С. Н. Журков, Б. Н. Нарзулаев, ЖТФ, 23, в. 10 (1953). ⁵ Я. Б. Фридман, Б. А. Дроздовский, ДАН, 95, № 4 (1954).

* Это подтверждает необходимость построения наряду с кривыми длительной прочности при длительных статических нагрузках также и кривых повреждаемости, что было проведено в недавней работе Я. Б. Фридмана и Б. А. Дроздовского (⁶).



Рис. 4. Развитие трещин сплава типа ЭИ 437 в процессе ползучести при постоянной температуре (700°) и среднем напряжении 30 кг/мм^2

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Я. Б. ФРИДМАН и Б. А. ДРОЗДОВСКИЙ

**О ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МЕТАЛЛОВ ОТ ДЛИТЕЛЬНОГО
НАГРУЖЕНИЯ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ**

(Представлено академиком Г. В. Курдюмовым 3 II 1954)

Рядом исследований было показано, что разрушение материалов — процесс, идущий во времени и начинающийся значительно раньше полного разрушения образца ^(1, 2). Для ряда характеристик прочности при $+20^\circ$ изучение процесса разрушения во времени известно (например, кривые повреждаемости при усталости ⁽³⁾, кривые статической трещиноватости пластмасс ⁽⁴⁾). Даже очень хрупкое разрушение стекол распространяется во времени, что может быть изучено при помощи современных физических методов ⁽⁵⁾. Таким образом, можно различать разрушение элемента — трещину и разрушение тела — полное разрушение образца или детали.

При испытании металлов длительной постоянной нагрузкой обычно учитывается только полное разрушение образца, например при оценке склонности к замедленному хрупкому разрушению закаленных сталей ⁽⁶⁾; такова же общепринятая методика оценки жаропрочности сплавов при повышенной температуре. Однако не менее важна оценка момента начала «разрушения элемента» — появления трещин — или изучение «повреждаемости» от длительных нагрузок при повышенной температуре, на что обращалось внимание Л. А. Гликманом.

Ниже описано построение «кривой повреждаемости» от длительных статических нагрузок при повышенной температуре для хромо-никелевого сплава.

Плоские образцы с надрезом (см. рис. 1) подвергались растяжению при 600° постоянной нагрузкой, прилагаемой эксцентрично; таким образом, кроме растяжения возникал также изгиб. Это создало значительный градиент напряжений и деформаций, увеличило относительное время распространения трещин и облегчило наблюдение за их возникновением и развитием. Образцы одной и той же плавки испытывались в двух состояниях: мелкозернистом (исходном, после закалки с 1050°) и крупнозернистом (после дополнительной закалки с 1200° , выдержка 20 мин., охлаждение на воздухе). Часть образцов испытывалась до полного разрушения, а остальные при меньших промежутках времени. Плоскости образцов после их испытания шлифовались, полировались, и под микроскопом при увеличении 620 изучалось развитие трещин. Часть образцов была отполирована по плоскости до испытания; в этом случае наблюдение за развитием трещин велось непосредственно на одном и том же образце в перерывах нагружения. Излом образцов, разрушенных длительным нагружением, делился на две части: а) черно-синюю поверхность длительного межкристаллического разрушения; б) золотистую поверхность кратковременного пластического внутрикристаллического разрушения.

Как видно из рис. 1, в материале с мелкозернистой структурой «длительность жизни образца» до полного разрушения несколько меньше, хотя время до появления видимой трещины («длительность жизни элемента») для мелкозернистого сплава больше, чем для крупнозернистого. Иными словами, линия повреждаемости мелкозернистого сплава располагается для данных нагрузок при больших длительностях нагружения, чем крупнозернистого, т. е. последний оказывается менее стойким к образованию начальных трещин, хотя показывает не меньшую стойкость до полного разрушения образца.

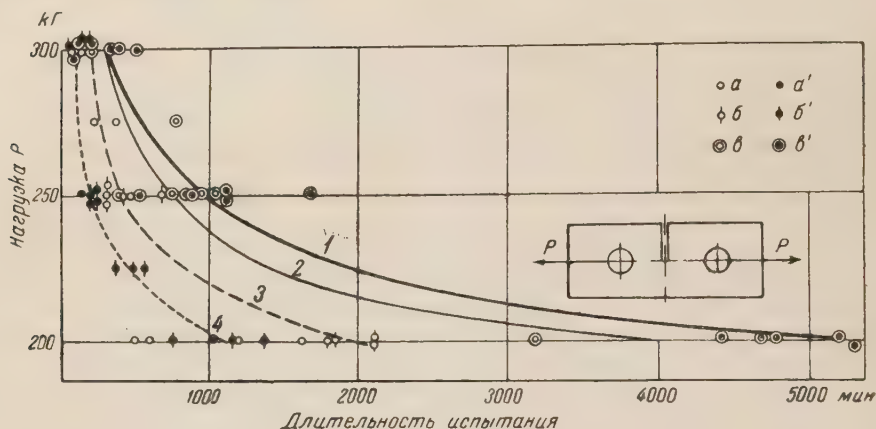


Рис. 1. Время появления трещин и окончательного разрушения образцов в зависимости от нагрузки при температуре 600° . 1 — кривая разрушения образцов из крупнозернистого сплава, 2 — кривая разрушения образцов из мелкозернистого сплава, 3 — кривая появления «первых» трещин в образцах из мелкозернистого сплава, 4 — кривая появления «первых» трещин из крупнозернистого сплава, а, б и в — мелкозернистый сплав; а', б' и в' — крупнозернистый сплав. а, а' — образцы без трещин; б, б' — образцы с трещинами; в, в' — разрушение

Из рассмотрения микрофотографий одного и того же места образцов из крупнозернистого сплава на разных стадиях разрушения видно, что развитие трещин (стрелка на рис. 2 а) может быть остановлено зерном, лежащим на пути распространения трещин; при этом окончательное разрушение происходит по другому направлению (см. рис. 2 б).

В мелкозернистом сплаве (см. рис. 3) трещина проходит по более прямолинейному пути, чем в крупнозернистом. Этим, возможно, и объясняется меньшая стойкость мелкозернистого сплава до полного разрушения образца. Однако большая «продолжительность жизни» крупнозернистого сплава, обнаруженная нами (рис. 1), нуждается в дальнейших подтверждениях, так как образцам с крупнозернистой структурой присущ больший разброс свойств, чем с мелкозернистой.

Сложность оценки повреждаемости металлов, в отличие от прозрачных пластмасс, заключается в отсутствии простой методики обнаружения трещин ввиду непрозрачности металлов. Вышеописанная методика сложна для массового применения. В качестве упрощенной методики нами опробовано испытание образцов, подобное приведенному на рис. 1, на длительную прочность, не доводя образцы до полного разрушения, последующим разрывом при $+20^{\circ}$. Окисленная при высоких температурах трещина отчетливо видна в бинокулярный микроскоп или лупу на фоне блестящего излома образца при комнатной температуре. Форма образца может быть изменена применительно к испытанию также и нелистовых материалов.

Объяснения полученных результатов следует, вероятно, искать межкусталлическом характере разрушения во всех изученных в

стоящей работе случаях. Начальные трещины должны легче возникать и развиваться при большей протяженности границ каждого отдельного зерна (своеобразный структурный масштабный фактор), т. е. в крупнозернистом сплаве. Распространение же трещины (как это было показано на рис. 2 а и 2 б) при постоянном направлении напряжений может быть легче приостановлено в крупнозернистом сплаве, чем в мелкозернистом. При внутрикристаллическом разрушении (например, при $+20^\circ$) границы зерен уже не будут оказывать тормозящего влияния на развитие трещины.

Процессы возникновения и распространения трещин могут играть большую роль в вопросах жаропрочности. Так, С. Т. Кишкин (7) счи-



а



б

Рис. 2. Микрофотографии, показывающие различные стадии развития трещины при температуре 600° в образце из крупнозернистого сплава, отполированном до испытания. а — длительность 330 мин. Вторая трещина в образце (возникшая после длительности 240 мин. и развивавшаяся от места, указанного односторонней стрелкой) остановлена встретившимся на ее пути ромбовидным зерном. Двусторонняя стрелка показывает направление растяжения. $\times 150$. б — длительность 450 мин. Дальнейшее разрушение произошло по измененному направлению. Двусторонняя стрелка показывает направление растяжения. Односторонняя стрелка показывает первую трещину, возникшую после длительности 180 мин. и не развивавшуюся далее. $\times 150$

считает, что явление снижения прочности в процессе нагружения постоянной нагрузкой большинства промышленных жаропрочных сплавов при реальных температурах их эксплуатации в основном связано с образованием и развитием с течением времени трещин (часто в начале второго периода ползучести), а не с процессом коагуляции или растворения упрочняющих фаз. При однократном нагружении при 20° , т. е. в случае, главным образом, внутризеренного разрушения, обычно определяются характеристики сопротивления пластической деформации и сопротивления полному разрушению образца путем отрыва или среза (8); момент начала разрушения образца при этом не учитывается. Однако в последнее время и при однократном нагружении при 20° различают характеристики до начала возникновения трещин и в процессе их распространения (9).

При длительном нагружении при повышенной температуре (межзеренное разрушение) до настоящего времени различали две основные группы характеристик: а) сопротивление остаточной деформации (ползучесть); б) сопротивление полному разрушению образца (длительная жаропрочность).

Из результатов настоящей работы вытекает, что в ряде случаев целесообразно ввести третью характеристику: сопротивление начальному за-

медленному разрушению (или сопротивлению возникновению трещи длительного нагружения при повышенной температуре). Введение этой третьей характеристики оправдано уже тем, что новая оценка принципиально (т. е. качественно, а не только количественно) может располагать оцениваемые материалы иначе, чем оценка по полному разрушению образца. Поэтому, несмотря на несомненно большую методическую сложность оценки повреждаемости (по сравнению с испытанием до полного разрушения), в ряде случаев введение оценки повреждаемости окажется практически целесообразным.

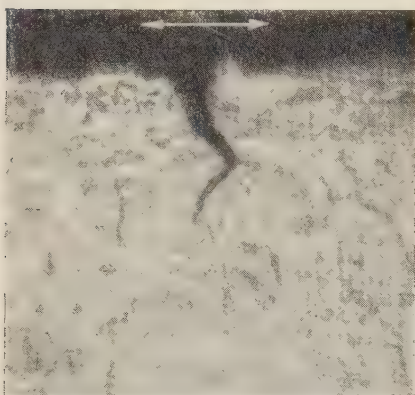


Рис. 3. Микроструктура образца из мелкозернистого сплава, отполированного до испытания. Первичная трещина после испытания длительностью 420 мин. при температуре 600°. Двусторонняя стрелка показывает направление растяжения. $\times 500$

Возможно, что оценка повреждаемости особенно полезна при наличии в службе деталей повторных резких изменений температуры, вызывающих появление циклических тепловых напряжений. Конечно, начальные трещины выявляются тем раньше, чем больше чувствительность метода их обнаружения. Поэтому определение момента возникновения «первых» трещин является в значительной мере условным. Однако при постоянстве выбранного для оценки обнаружения трещин метода сравнительная характеристика материалов может быть получена достаточно надежной.

Весьма важной является работа по дальнейшему экспериментальному уточнению действительного момента возникновения и развития ранних трещин, особенно при хрупком разрушении, при помощи современных физических (например, малоинерционных электрических⁽⁵⁾) или чувствительных дефектоскопических методов. Изучение условий возникновения начальных трещин весьма важно и с научной точки зрения, так как оно должно подчиняться более простым законам, чем развитие трещин в макрообъемах.

Поступило
30 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ П. А. Ребиндер, Юбил. сборн., посвящ. 30-летию Октябрьской Революции М.—Л., 1947.
- ² Я. Б. Фридман, Т. К. Зилова, ДАН, **73**, № 4 (1950).
- ³ И. П. Шапов, В. Н. Махов, Инж. сборн., **1**, в. 1 (1941).
- ⁴ В. Р. Регел, Ю. Н. Недошивин, ЖТФ, **23**, в. 8 (1953).
- ⁵ Н. М. Dimmick, J. M. McCormick, J. Am. Cer. Soc., **34**, No. 8, 240 (1951); Glastechn. Ber., **23**, No. 1, 3, 12 (1950).
- ⁶ Я. М. Потак, Зав. лаб., № 1 (1947).
- ⁷ С. Т. Кишкин, ДАН, **95**, № 4 (1954).
- ⁸ Я. Б. Фридман, Механические свойства металлов, 2-е изд., 1952.
- ⁹ Б. А. Дроловский, Зав. лаб., № 4—5 (1946).

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

З. Г. ПИНСКЕР и С. В. КАВЕРИН

**ЭЛЕКТРОНОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ
КУБИЧЕСКОГО НИТРИДА ЖЕЛЕЗА**

(Представлено академиком А. В. Шубниковым 20 I 1954)

Несмотря на большое значение процессов азотирования в современной технике, имеющиеся данные о кинетике образования и структуре нитридов железа и сталей сложного состава нельзя признать достаточными.

Что касается кубического нитрида железа, идеальный состав которого выражается формулой Fe_4N , то в отношении этой фазы следует отметить неясность условия образования, распада и кинетики превращений и отсутствие надежных экспериментальных указаний, касающихся положений атомов азота в решетке ⁽¹⁾. Некоторые особенности примененной нами методики исследования позволили получить новые, интересные данные об этой фазе.

При приготовлении нитрида исходным материалом были пленки железа, полученные возгонкой металла в вакууме и конденсацией на грань куба кристаллов каменной соли, находящихся при температуре $\sim 300^\circ$. Наиболее чистые образцы получались при возгонке проволоки из армко-железа, содержащего 0,03% С, 0,3% Мп и следы Si и Cr. В большинстве случаев образовывались высокоориентированные пленки типа монокристалльных. В отдельных опытах, в особенности при конденсации на менее нагретые или находящиеся при комнатной температуре кристаллические грани, наблюдалось образование слабоориентированных или поликристаллических пленок. Электронограммы от монокристалльных пленок железа позволили установить взаимную ориентацию кристаллов $\alpha\text{-Fe}$ и кристаллов соли.

Мы наблюдали неизменно один тип ориентации $(100)_{\alpha\text{-Fe}} \parallel (100)_{\text{NaCl}}$ и $(100)_{\alpha\text{-Fe}} \parallel [110]_{\text{NaCl}}$. Обычно часть кристаллов, покрытых пленкой железа, откалывалась и служила для контрольной съемки в электронографе. Контрольные электронограммы свидетельствовали о высокой чистоте железа $\alpha\text{-Fe}$ с нормальным значением периода, не содержащего каких-либо примесей или окислов в количествах, поддающихся учету (см. рис. 1 и 2). Для азотирования кристаллики соли, покрытые пленками железа, вносились в трубчатую печь. Обработка нагретого металла производилась в токе аммиака, причем были приняты меры предосторожности, чтобы избежать окисления железа. Печь включалась после тщательной промывки системы от воздуха, аммиак очищался системой поглотителей.

Съемка производилась в электронографе, изготовленном Горьковским исследовательским физико-техническим институтом. Прибор с горизонтальным расположением при расчетном расстоянии 710 мм выполнен из отдельных массивных блоков армко-железа. Вполне ори-

гинальным является устройство электронной пушки, в одинаковой мере удобной также для использования в электронном микроскопе.

Разрешающая способность полученных нами электронограмм позволяет различать линии, отвечающие $\Delta d = 0,002 \text{ \AA}$. Прибор отличается простотой обслуживания и работает без перебоев в течение ряда лет.

Особенности нашей методики сводятся к следующему: 1) высокая чистота исходных пленок железа; 2) наличие в большинстве опытов монокристалльных образцов; 3) большая разрешающая способность электронограмм; 4) малые размеры кристалликов (до $1 \cdot 10^{-5} \text{ см}$), малая толщина пленок и быстрое протекание диффузии азота; 5) высокая чувствительность электронографии к наличию и положению в решетке легких атомов азота.

Азотирование пленок железа проводилось в области температур от 225 до 650° при длительности от 15 мин. до 8 час.

Электронограммы от азотированных пленок обычно содержали отражения от нескольких фаз. Образование кубической γ' -фазы наблюдалось при азотировании ниже 500° и коротких выдержках в печи. В таких пленках наряду с γ' -фазой обнаруживается α -Fe или гексагональные ϵ -фазы, иногда NaCl (см. рис. 3 и 4).

При температурах обработки ниже 275° ничтожная диссоциация аммиака не препятствует образованию небольших количеств Fe_3O_4 , дающего слабые диффузные отражения.

Существенным результатом этих опытов является обнаружение γ' -фазы после 30 мин. азотирования при 250° . Между тем, имеющиеся литературные данные указывают в качестве нижнего предела температуру диссоциации аммиака $\sim 275^\circ$.

Полученные нами электронограммы содержат как точечные, так «поликристаллические» отражения от γ' -фазы. В большинстве случаев наблюдаются отражения: 100, 110, 111, 200, 210, 220, ..., отвечающие примитивной кубической решетке. В отдельных опытах, в которых было получено ничтожное количество этой фазы, наблюдались лишь наиболее сильные отражения: 111 (сливается с 0002 от ϵ -фазы) и 200.

Электронограммы от пленок, полученных азотированием монокристалльного железа, позволили установить взаимную ориентацию кристалликов α -Fe и Fe_4N . Эта ориентация была постоянной во всех опытах: $(100)_{\text{Fe}_4\text{N}} \parallel (100)_{\alpha\text{-Fe}}$ и $[100]_{\text{Fe}_4\text{N}} \parallel [110]_{\alpha\text{-Fe}}$.

Определение периода a кубического нитрида привело к весьма интересному результату: лишь в некоторых случаях для a было получено $3,79 \text{ \AA}$, что по рентгеновским данным соответствует составу Fe_4N .

В большинстве опытов величина a оказывалась равной $3,81$ — $3,84 \text{ \AA}$ в отдельных случаях $3,88$ — $3,92 \text{ \AA}$ и более, до $3,97 \text{ \AA}$. Единственным фактором, определяющим увеличение периода решетки γ' -фазы в наших опытах, является насыщение азотом.

В равновесных условиях γ' -фаза существует в области весовой концентрации азота до 6,1%; дальнейшее насыщение азотом ведет к перестройке кубической решетки железа в гексагональную. Повидимому, в наших опытах в течение 15—30-минутной выдержки процесс перестройки решетки не поспевает за быстро протекающей диффузией азота. Таким образом, в процессе азотирования область гомогенности фазы в диаграмме состояния сдвигается в сторону больших концентраций азота.

Следует отметить, что в большинстве случаев наблюдалось различие в резкости отражений от γ' -фазы. Отражение 200 отличается значительной диффузностью как в случае поликристаллической, так и монокристалльной картины. Возможно, что это различие связано

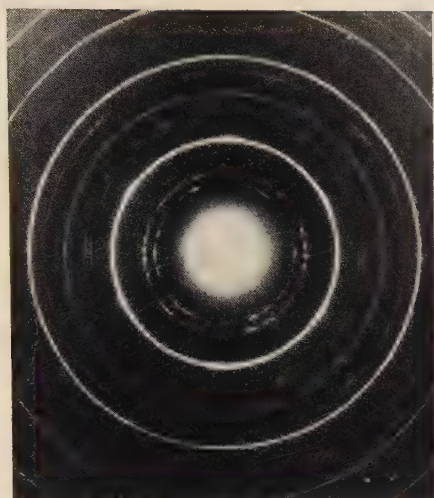


Рис. 1. Электронограмма от поликристаллической пленки α -Fe (сплошные кольца) и от NaCl (источенные кольца). Период $a_{\alpha\text{-Fe}} = 2,86 \pm 0,002$



Рис. 2. Электронограмма от почти монокристаллической пленки α -Fe

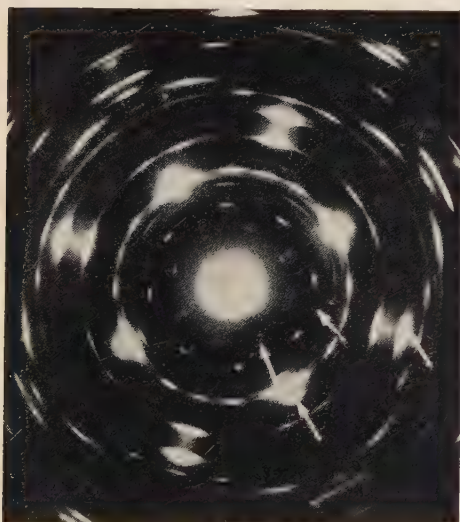


Рис. 3. Электронограмма от высокоориентированных кристалликов кубического нитрида железа размером $\sim 1 - 2 \cdot 10^{-5}$ см вместе с гексагональными нитридами. Стрелками обозначены отражения от γ' -фазы: 100, 110, 200, 220

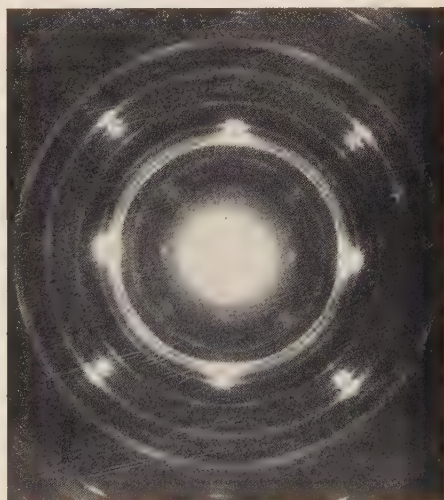


Рис. 4. Электронограмма от мелких, ориентированных кристалликов γ' -фазы (10^{-6} см) с небольшим количеством неориентированного нитрида. Присутствует неориентированный гексагональный нитрид

пластинчатой формой кристалликов, однако достаточно ясной картины явления пока нет.

Пользуясь качественно оцененными интенсивностями отражений от кристаллов γ' -фазы на наших электронограммах, мы сделали попытку определить методом проб положение азота в решетке. При этом мы пользовались снимками от пленок, содержащих неориентированные кристаллики γ' -фазы с нормальными значениями периода $3,79 \text{ \AA}$. Отметим, что отражения от монокристалльных пленок нитрида Fe_4N свидетельствуют о динамическом рассеянии от кристалликов линейным размером $\sim 1-2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$.

При вычислении теоретических интенсивностей были рассмотрены следующие структурные модели.

1. Атомы азота в решетке занимают октаэдрические полости, например с координатами $1/2 \ 1/2 \ 1/2$ (начало координат выбирается в атоме железа).

2. Атомы азота занимают тетраэдрические полости, например с координатами $1/4 \ 1/4 \ 1/4$.

3. Атомы азота статистически распределены среди октаэдрических полостей.

4. Атомы азота статистически распределены среди тетраэдрических полостей.

Третий и четвертый варианты сразу отпадают, так как они эквивалентны гранецентрированной решетке атомов азота, исключающей образование отражений со смешанными индексами.

Первый и второй варианты принадлежат, соответственно, к пространственным группам O_h^1 и T_d^1 . Интенсивности вычислялись обычным путем, по формуле $I = |\Phi|^2 p d^2$, где Φ — структурная амплитуда, p — фактор повторяемости и d^2 отвечает фактору Лоренца для поликристаллического образца.

В табл. 1 сведены теоретические и экспериментальные данные для трех отражений. Отражение 111 не использовано, так как оценка экспериментальной интенсивности затрудняется наложением отражения от 0002 ϵ -фазы. Как видно из таблицы, электронографические данные достаточно убедительно свидетельствуют в пользу первого варианта, т. е. размещения атомов азота в октаэдрических полостях решетки железа.

Физико-технический институт
при Горьковском государственном университете
и Институт кристаллографии
Академии наук СССР

Поступило
5 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Ю. М. Лахтин, Физические основы азотирования, 1948. ² К. Н. Jack, Proc. Roy. Soc., 195, 34 (1948).

Таблица 1

Теоретические и экспериментальные интенсивности отражений на электронограммах от γ' -нитрида

hkl	$d \text{ в } \text{\AA}$	Теорет. интенсивности I_{hkl}/I_{200}		Экспер. интенсивности I_{hkl}/I_{200}
		I*	II*	
100	3,79	11	18	10
110	2,68	6	10	5
220	1,895	100	100	100

* I — модель, отвечающая размещению атомов азота в октаэдрических полостях; II — модель, отвечающая размещению атомов азота в тетраэдрических полостях.

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Е. В. ЦИНЗЕРЛИНГ

**СТАБИЛИЗАЦИЯ РЕШЕТКИ КВАРЦА,
ИМЕЮЩЕГО ЗОНАРНОЕ СТРОЕНИЕ***(Представлено академиком А. В. Шубниковым 16 I 1954)*

Автором ранее было показано ⁽¹⁾, что решетку кварца можно стабилизировать искусственным путем. Ее можно лишить способности к переориентации, например отрицательного ромбоэдра r в положительный R и обратно $r \rightleftharpoons R$, при воздействии способами искусственного двойникования или отжига. Для этого следует предварительно вывести из кварца примеси методом электроочистки ⁽²⁾. Искусственную стабилизацию решетки наглядно можно наблюдать на кварце, обладающем зонарным строением.

Зонарное строение кварца выявляется в появлении зонарной окраски после облучения кристалла рентгеновскими лучами, но гораздо отчетливее оно подчеркивается образованием вторичных двойников, которые можно получить искусственно либо методом $\alpha \rightleftharpoons \beta$ -превращения ⁽³⁾, либо деформацией кручения ⁽⁴⁾ или изгиба.

Проследим влияние зонарного строения кварца на процесс двойникования, связанного с другими явлениями. Возьмем для нашей серии опытов монокристалльную пластинку из трудно двойникуемого зонарного кварца, вырезанную параллельно отрицательному ромбоэдру r , который мы условно изображаем на рисунках черным цветом. Такая пластинка должна частично переориентироваться при искусственном двойниковании в зоны положительного ромбоэдра R ⁽⁵⁾, который мы обозначаем белым цветом. На рис. 1, состоящем из трех рядов парных фотографий, последовательно отражены результаты различных операций, проделанных с одной и той же пластинкой *. В левом столбце даны изображения одной стороны пластинки, в правом — другой стороны.

На рис. 1 *а* и *б* показано зонарное распределение двойниковых полей R . Они возникли в монокристалльной пластинке после того, как она претерпела однократное $\beta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$ -превращение, и по местоположению совпадают с теми зонами, которые слабо окрасились при облучении рентгеновскими лучами.

После этого пластинка была подвергнута электроочистке только в нижней ее половине. Затем вся пластинка при 500° была подвергнута деформации кручения. В результате этих двух операций мы получили картину, показанную на рис. 1 *в* и *г*. Нижняя половина пластинки, прилежащая к аноду, резко отличается от верхней ее половины: верхняя часть (рис. 1 *в*) стала почти монокристалльной, в нижней же части произошла стабилизация и потому здесь сохранилось расположение полос ** пер-

* После каждой операции прежний рисунок двойниковых границ, выявленный травлением плавиковой кислотой, сошлифовывается с поверхности пластинки, которая вновь гравится, чтобы обнаружить новый рисунок.

** Зонарные полосы выявлены по своей длине только частично вследствие неполного контакта кварцевой пластинки с анодным электродом.

вичной ориентировки r . Эти зоны (черные) остались несдвоенными, несмотря на приложенную деформацию кручения.

Нижняя половина пластинки, обращенная к катоду, осталась неочищенной от примесей вследствие кратковременного действия электроочистки. Эта часть слоя пластинки, как и вся верхняя ее половина, тоже с загрязненной решеткой, изменили свою первоначальную ориентировку почти полностью на положительный ромбоэдр R . Под влиянием приложенной деформации кручения мы получили почти монокристалл (рис. 1 г).

Последующая операция состояла в следующем. Пластика была подвергнута термической обработке с максимальной температурой 500° в течение 1 часа. Весь процесс нагревания и охлаждения продолжался 12 час. В результате этой обработки произошли новые изменения (рис. 1 д и е). Возврат двойниковых полей к первичной ориентировке r ^(4, 6) произошел только в неочищенных от примесей частях пластинки и только в тех зонах, которые были окрашены более интенсивно при облучении рентгеновскими лучами. Это относится к обеим сторонам верхней половины пластинки и к соприкасающейся с катодом нижней ее половине. Наоборот, в половине, обращенной к аноду, сохранилась прежняя картина. Ни рисунок двойниковых границ, ни ориентировка самих двойниковых полей совсем не изменились.

Стабилизация двойникового рисунка с соответствующей ориентировкой отрицательного и положительного ромбоэдров в отдельных зонах обусловлена воздействием электроочистки. Она прочно сохранилась, несмотря на приложенную деформацию кручения и последующую термическую обработку.

Наложим мысленно друг на друга рисунки a на b , a на d и b на e . Если сравнить полученные таким образом новые картины с рисунком распределения темной и светлой окраски, выявленной на пластинке при облучении рентгеновскими лучами, то заметим следующее: зоны отрицательного ромбоэдра r (черные) соответствуют областям темной окраски, а участки положительного ромбоэдра R (белые) совпадают с полями светлыми *. Так как на протяжении всей серии опытов черные полосы укладываются в те же промежутки между белыми, то это доказывает, что разные процессы двойникования протекают по строго определенным зонам и связаны с различной интенсивностью окраски. Двойникование кристаллов кварца, обладающих зонарным строением, происходит по светлым зонам, если оно вызвано принудительно соответствующими методами, как это было доказано уже ранее ⁽³⁾, а двойникование при возврате к первичной ориентировке происходит по темным зонам. Это последнее связано с неустойчивым состоянием после деформации кручения только таких кварцев, которые засорены сплошь или только в отдельных зонах примесями. Такие кварцы по своей природе весьма стабильны.

Эти опыты подтверждают ранее высказанные автором взгляды о влиянии примесей на процесс двойникования кварца.

Искусственная стабилизация двойникового или монокристалльного состояния кварца, возникающая под влиянием электрического поля, происходит одинаково прочно в любом кварце и независимо от ориентировки образца. Стабилизация кварца в своей исходной ориентировке происходит благодаря выводу из решетки примесей под действием электрического поля. Последнее обнаруживается после облучения рентгеновскими лучами по более светлой окраске в поверхностном слое, находящемся по анодом. Слой кварца, обращенный к катоду, не меняет в этом случае своей окраски ⁽²⁾. Следовательно, решетка этого слоя не претерпевает тех изменений, которые происходят в прианодном слое, и сохраняет свои свойства, связанные с процессом двойникования.

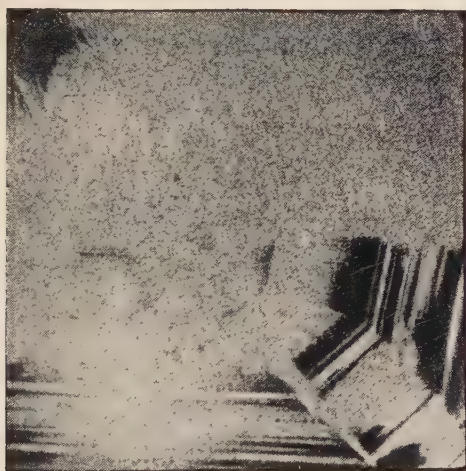
* За исключением того случая, когда происходит полная монокристаллизация.



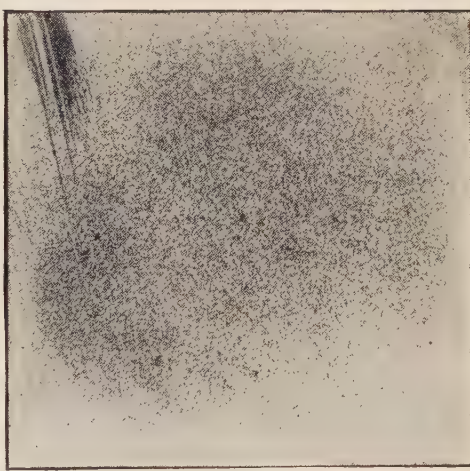
a



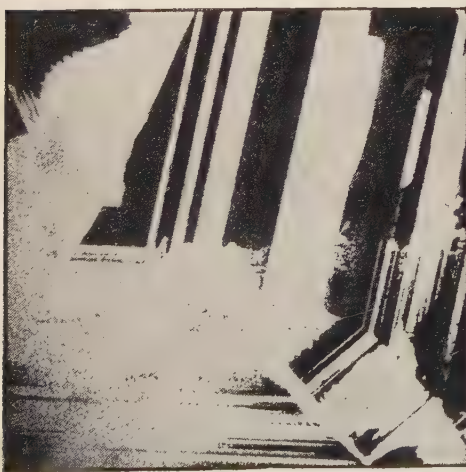
б



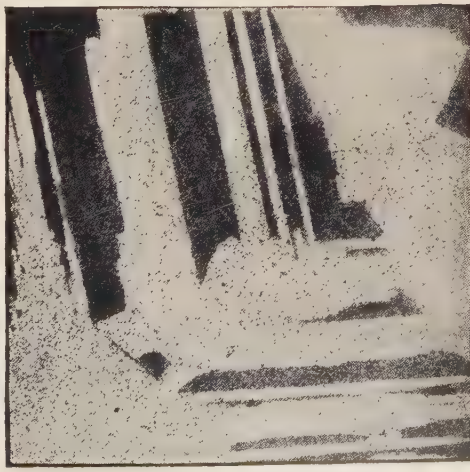
в



г



д



е

Рис. 1. Двойниковый рисунок на двух сторонах пластинки после различных операций. *a* и *б* — после $\beta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$ -превращения; *в* и *г* — после электроочистки нижней половины пластинки и деформации кручения всей пластинки; *д* и *е* — после отжига

Решетка кварца, по природе относительно чистая от примесей, и решетка кварца, искусственно очищенная от примесей, существенно отличаются друг от друга: первая обладает пластическими свойствами, вторая их лишена.

Двойниковая кварцевая пластинка, подвергнутая электроочистке, не способна ни раздвойниковываться кручением, ни изменять конфигурацию двойников при отжиге.

Электроочистка испытуемой пластинки была любезно проведена Л. Г. Ченцовой, за что приношу ей свою благодарность.

Институт кристаллографии
Академии наук СССР

Поступило
16 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Е. В. Цинзерлинг, ДАН, **95**, № 3 (1954). ² Л. Г. Ченцова, Н. Е. Веденеева, ДАН, **48**, № 2, 305 (1949). ³ Е. В. Цинзерлинг, ДАН, **57**, № 4, 387 (1947). ⁴ Е. В. Цинзерлинг, ДАН, **94**, № 6 (1954). ⁵ Е. В. Цинзерлинг, Г. Г. Леммлейн, ДАН, **33**, № 6, 419 (1941). ⁶ Е. В. Цинзерлинг, ДАН, **90**, № 5, 785 (1953).

М. И. БАТУЕВ, В. А. ПОНОМАРЕНКО, А. Д. МАТВЕЕВА
и член-корреспондент АН СССР А. Д. ПЕТРОВ

**ФИЗИЧЕСКИЕ И ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
КРЕМНЕУГЛЕВОДОРОДОВ (ДИСИЛИЛМЕТАНА,
1,2-ДИСИЛИЛЭТАНА, ДИПРОПИЛСИЛАНА И ГЕКСИЛСИЛАНА)**

Атом кремния и атом углерода обладают одинаковой внешней электронной оболочкой, преимущественно обуславливающей химические свойства атомов, — двумя s-электронами и двумя p-электронами. Отсюда естественно ожидать примерно одинакового их поведения в образовании тех или иных химических соединений и реакциях последних, а в колебательных спектрах этих соединений — изменений, обусловленных лишь одним механическим влиянием различия в величине массы атомов кремния и углерода. Однако в действительности дело обстоит несравнимо сложнее. Для примера достаточно указать хотя бы на тот факт, что связь Si — Si менее прочна, чем связь C — C, в результате чего силан с цепочкой уже только из шести атомов кремния оказывается весьма нестойким. Если вспомнить длину и разветвленность отличающихся устойчивостью углеродных цепочек, то один этот факт ярко показывает, что никакой близкой аналогии в химическом и физическом поведении атомов кремния и углерода на самом деле нет.

Одним из решающих факторов, приводящих к указанному различию атомов кремния и углерода, является большая электронная оболочка атома кремния ($1s^2, 2s^2, 2p^2, 3s^2, 3p^2$), чем атома углерода ($1s^2, 2s^2, 2p^2$), что обуславливает больший объем атома кремния и большее экранирующее влияние на заряд его ядра. В результате электроотрицательность атома кремния значительно меньше, чем атома углерода. Она у него близка к электроотрицательности металлов четвертой группы, что видно из следующей шкалы электроотрицательности некоторых атомов четвертой группы и др. (по Гюрди): Pb 1,5; Zr 1,6; Ge 1,7; Sn 1,7; Si 1,8; H 2,13; C 2,55. Поэтому в некоторых свойствах кремний тяготеет к металлам в отличие от углерода. Так, энергия связи атома кремния с атомом водорода значительно слабее, а с галоидами (особенно фтором, хлором) и кислородом выше, чем соответствующих связей углерода (¹). Энергия связи Si — C (57,6 ккал/моль) — промежуточная между энергиями связей C — C (81,6 ккал/моль *) и Si — Si (42,5 ккал/моль) (¹); поэтому цепи с чередующимися атомами кремния и углерода стойки в отличие от цепей с одними атомами кремния.

Сказанное находит отражение в некоторых особенностях основных физических констант, а также в исследованных нами на отечественном спектрографе ИСП-51 со средней камерой спектрах комбинационного рассеяния света четырех кремнеуглеводородов, синтезированных двумя из нас (²). Так например, атом кремния в отличие от атома углерода

* Данные для связи C — C у Сиджвика высокие сравнительно с имеющимися в литературе оценками в 58,6 ккал/моль, 62,77 ккал/моль.

сообщает большую поляризуемость молекуле и тем самым обуславливает большую рефракцию. В связи с этим же обстоятельством (а не только лишь в силу большей массы атома кремния) исследованные кремнеуглеводороды, обладая большим межмолекулярным взаимодействием, имеют значительно большие температуры кипения и плотности, (табл. 1).

Таблица 1

Некоторые физические константы четырех кремнеуглеводородов и соответствующих углеводородов

Соединения	n_D^{20}	d_4^{20}	Т. кип. в °С и давл. в мм рт. ст.
C—C—C	1,3397*	0,5824*	— 42,2/760
Si—C—Si	n_D^{20} 1,4115	d_4^{20} 0,6979	+ 14,7/754,3
C—C—C—C	1,3562**	0,5788**	— 0,5/760
Si—C—C—Si	1,4140	0,6987	+ 46,0/746,6
C—C—C—C—C—C—C .	1,3877	0,6837	98,43/760
C—C—C—C—C—C—Si .	1,4129	0,7182	114,5/751
C—C—C—Si—C—C—C .	1,4110	0,7183	111/758

* При —42,2°.

** При —15,6°.

В спектрах комбинационного рассеяния исследованных кремнеуглеводородов доминирующей является частота в виде широкой и очень интенсивной линии, расположенной в области 2120—2160 см⁻¹; она является частотой валентного колебания связи Si—H. У парафиновых углеводородов связи C—H расположены в области ~2700—3000 см⁻¹, причем всегда в виде набора частот, в котором представлены разные формы колебаний (симметричные, антисимметричные метильной и метиленовой групп. У исследованных кремнеуглеводородов все эти колебания сливаются в одну широкую и интенсивную линию, которую можно разрешить на отдельные компоненты, очевидно, лишь на спектральных аппаратах с большой дисперсией. Частота связи Si—H оказывается самой низкой из всех частот колебаний связей типа R—H, где R=Si, Se, P, S, C, N, O*.

Спектры комбинационного рассеяния света кремнеуглеводородов*. 1. Si—C—Si. $\Delta\nu$ см⁻¹: 173(1), 557(10), 593(1), 767(9), 853(1), 948(10ш), 1050(3), 1105(1), 1366(3), 2161(12ш), 2898(9), 2941(2).

2. Si—C—C—Si. $\Delta\nu$ см⁻¹: 172(1), 236(3), 560(10), 640(2), 692(3), 785(6), 943(9ш), 993(1), 1039(0), 1115(1), 1251(10), 1420(3), 2157(12ш), 2813(0), 2892(10), 2911(1).

3. C—C—C—C—C—C—Si. $\Delta\nu$ см⁻¹: 269(3*), 288(3*), 317(0), 335(1), 352(0), 367(0), 520(2), 544(1), 600(2), 616(6), 695(3), 750(4ш), 795(2), 867(2*), 925(2), 946(9ш), 963(1), 1003(2), 1040(2), 1071(3*), 1104(2*) 1184(5), 1230(2*дв), 1256(2*), 1287(0), 1306(5ш), 1345(1), 1377(0), 1413(3р), 1449(6ш), 2152(12ш), 2803(0), 2854(7*), 2893(10*), 2915(7*), 2937(5*), 2964(3р).

4. C—C—C—Si—C—C—C. $\Delta\nu$ см⁻¹: 247(3*), 263(3*), 349(3ш), 374(0), 614(6*), 642(3*), 677(1), 722(2*), 752(2*), 800(2*), 838(2*), 879(3), 896(3), 949(4), 1010(0), 1033(7р), 1067(2дв), 1108(0), 1139(0), 1169(0), 1202(9), 1234(0), 1260(0), 1297(3), 1334(1), 1388(0), 1410(4).

* ш — широкая линия, р — резкая линия, дв — двойная; звездочкой обозначены линии, расположенные на фоне.

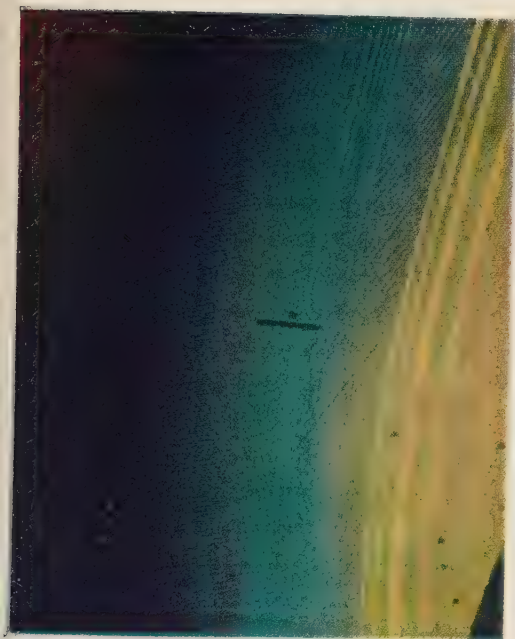


Рис. 1



Рис. 2

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

455(8ш), 2127(12ш), 2731(2), 2808(1*), 2834(1*), 2868(10р*), 2882(10р*), 905(7*р), 2932(7р*), 2961(6*р).

Это резкое понижение частоты связи Si—H в значительной мере обусловлено проявлением пониженной электроотрицательности Si.

Связь Si—H весьма чувствительна к строению молекулы; в группе I_2 дипропилсилана она на $\sim 30 \text{ см}^{-1}$ ниже, чем в группе SiH_3 для тех трех соединений, что обусловлено сдвигом электронной системы в сторону двух более электроотрицательных соседних атомов углерода.

Положение частот связей Si—C также сдвинута в низко-частотную сторону. Частота связи C—C в этане представлена линией 992 см^{-1} , которая в пропане распадается на две — 867 и 1054 см^{-1} , а по мере удлинения цепи — еще на большее число частот, лежащих в интервале от 1200 см^{-1} . У кремнеуглеводородов мы наблюдаем то же увеличение числа линий с ростом цепи с перемещением их в низкочастотную область: низкочастотная граница этой группы частот Si—C проуже не около 800 см^{-1} , как у углеводородов, а около 600 см^{-1} (Si—C—Si, 560 у Si—C—C—Si; 616 и 614 см^{-1} у остальных кремнеуглеводородов). Что и на этом снижении сохраняется пониженная электроотрицательность (металлообразность) атома кремния, а не только его большая масса, видно из того, что связь более тяжелых атомов типа C—R, где R = Cl, Br и др., лежит в более высокой области, чем частота Si—C, или почти в той же (частота C—Cl в $\text{H}_3\text{C}\cdot\text{Cl}$ 710 см^{-1} , C—Br в $\text{H}_3\text{C}\cdot\text{Br}$ 594 см^{-1} и т. д.).

Таким образом, комбинационные спектры исследованных кремнеуглеводородов вполне отчетливо выявляют пониженную электроотрицательность атома кремния сравнительно с атомом углерода, а также обнаруживают существенную чувствительность связи Si—H к строению молекулы.

Исследованные спектры свидетельствуют и о чистоте синтезированных углеводородов: в спектре каждого из последних число частот числа всех теоретически возможных частот и не превышает числа соответствующих углеводородов.

Связи с этим следует остановиться на работе (3), из которой знали, что дилилметан ($\text{H}_3\text{SiCH}_2\text{SiH}_3$) и 1,2-дилилэтан ($\text{H}_2\text{CH}_2\text{SiH}_3$) были ранее нас получены восстановлением соответствующих силанхлоридов LiAlH_4 в этиловом эфире. Однако авторы работы (3) приписали им свойства, резко отличные от свойств дилилметана, 1,2-дилилэтана, синтезированных нами (2) (см. табл. 3). По данным канадских исследователей дилилметан самопроизвольно воспламеняется на воздухе и при обработке водным 60% KOH выделяет почему-то 50% связанного с Si водорода.

Мы повторили ряд опытов, а также получили некоторые дополнительные сведения о свойствах $\text{H}_3\text{SiCH}_2\text{SiH}_3$ и $\text{H}_3\text{SiCH}_2\text{CH}_2\text{SiH}_3$.

Дилилметан. Восстанавливавшаяся ранее широкая фракция — 175° гексахлордилилметана была разогнана на колонке в 2 теоретических тарелок на две фракции: а) $\text{Cl}_2\text{HSiCH}_2\text{SiCl}_3$ — т. п. $161\text{—}164^\circ$ при 755 мм , $d_{40}^{20} 1,458$ (измерен денсиметром); б) $\text{HSiCH}_2\text{SiCl}_3$ — т. кип. $180\text{—}181^\circ$ при 755 мм , $d_{40}^{20} 1,539$. При восстановлении 82 г $\text{Cl}_2\text{HSiCH}_2\text{SiCl}_3$ в 100 см^3 изоамилового эфира 37 г LiH, помещенных в куб небольшой ректификационной колонки, получено $15,5 \text{ г}$ $\text{H}_3\text{SiCH}_2\text{SiH}_3$, который собирался в ловушке, охлаждавшейся смесью ацетона и твердой CO_2 . При разгонке на колонке в 35 теоретических тарелок над небольшим количеством LiH весь продукт выкипел в пределах $15,2\text{—}15,4^\circ$ при 770 мм ; выход 55%. $d_4^{20} 0,6929$; $n_D^{20} 1,4114$; $M_{r, \text{найдено}} 27,33$, вычислено 27,58. Те же результаты получены при реакции $\text{Cl}_3\text{SiCH}_2\text{SiCl}_3$ с LiH. Определение количества водорода, связанного с кремнием, производилось в приборе Церевитинова разложением навески

в C_2H_5OH спиртовым 5% КОН (30% спиртовый и 60% водный КОН давали завышенные результаты).

Найдено %: Н 8,0; 8,1
Вычислено %: Н 7,9

Дисилилметан постоянно соприкасался с воздухом, однако самовоспламенения не наблюдалось ни разу.

1,2-дисилилэтана Н, связанный с кремнием (разложение 60% водным КОН).

Найдено %: Н 6,5; 6,4
Вычислено %: Н 6,7

Дифференциально-термический анализ* не обнаруживает $H_3SiCH_2CH_2SiH_3$ каких-либо фазовых превращений при -15° , как об этом сообщается в работе (3). 1,2-дисилилэтан имеет т. пл. -92° и т. превращения в твердом состоянии -102° . Фазовое превращение при

Таблица 3

Формула	Получено в г	Выход в %	Т. кип. в $^\circ C$ и давл. в мм рт. ст.	d_4^{20}	n_D^{20}	MR_D		Т. пл. в $^\circ C$	Лит. источники
						найд.	выч.		
$H_3SiCH_2SiH_3$. . .	11	63	$\frac{+14,7}{754,3}$	$d_4^{20} 0,6979$	$n_D^{20} 1,4115$	27,14	27,58	—	Наст. раб.
	5	52	$\frac{+28}{760}$	$d^{200}_4 0,754$	—	—	—	—	(3)
$H_3SiCH_2CH_2SiH_3$.	120	60—70	$\frac{+46,0}{746,6}$	0,6987	1,4140	32,27	32,21	-92	Наст. раб.
	—	5	$\frac{67,0-68,5}{760}$	—	—	—	—	-15	(3)

-102° , как показало исследование при помощи поляризационного микроскопа, происходит в твердом состоянии, и жидкой фазы, характерной при плавлении эвтектики, не обнаруживается. Это свидетельствует о том, что превращение при -102° не связано с наличием каких-либо загрязнений препарата.

На рис. 1 показана микроструктура 1,2-дисилилэтана при -92° (свет поляризованный, 76×90); на рис. 2 — полиморфное превращение того же препарата при -102° (свет поляризованный, 76×90).

Предположение об образовании азеотропных смесей $H_3SiCH_2SiH_3$ и $H_3SiCH_2CH_2SiH_3$ с бутиловым эфиром было отвергнуто на основании сравнения спектров указанных кремнеуглеводородов со спектром бутилового эфира.

Все сказанное выше говорит о достаточной чистоте полученных нами соединений и в то же время полностью противоречит данным канадских исследователей, которые, очевидно, имели или какие-то другие соединения или же смеси $H_3SiCH_2SiH_3$ и $H_3SiCH_2CH_2SiH_3$ с побочными продуктами реакции.

Поступило
12 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ N. V. Sidgwick, The Chemical Elements and their Compounds, 1, Oxford 1950, p. 551. ² А. Д. Петров, В. А. Пономаренко, ДАН, 90, № 3, 387 (1953).
³ W. A. English, A. Taurins, R. V. V. Nicholls, Canad. J. Chem., 60, No. 9 646 (1952); Chem. Abstr., 47, 9258 (1953).

* За проведение анализа выражаем глубокую благодарность Г. Б. Равичу и В. А. Вольновой.

В. Ф. ЛАВРУШИН

АЦИДОХРОМИЯ АРОМАТИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДНЫХ МЕТАНА

(Представлено академиком А. Н. Несмеяновым 23 I 1954)

Образование цветных растворов отмечалось неоднократно при растворении в кислотах четырехзамещенных ароматических производных метана.

А. Бистжицкий с сотр. ⁽¹⁻³⁾ наблюдали появление окраски от оранжево-желтой до темнокрасной при растворении трифенилуксусной кислоты и ряда ее производных в концентрированной серной кислоте. Д. Бойд и Д. Харди ⁽⁴⁾ получали оранжевые растворы в концентрированной серной кислоте для 4-окси- и 4-метокситетрафенилметана, из которых при разбавлении водой ими был выделен трифенилкарбинол. А. Н. Несмеянов с сотр. ⁽⁵⁾ установили, что ряд соединений, содержащих в своем составе гексаметилтриаминотрифенильную группировку, в зависимости от четвертого заместителя при метановом атоме углерода, расщепляются под действием уксусной, пропионовой и масляной кислот с образованием фиолетовых растворов. Нами ⁽⁶⁾ установлено возникновение цветности при растворении оксипроизводных диметилдифенилметана и тетрафенилметана в серной, фосфорной и трихлоруксусной кислотах.

Во всех указанных выше случаях возникновение цветности связано с образованием карбониевых солей вследствие расщепления углерод-углеродной связи по реакциям, аналогичным образованию красителей из ароматических карбинолов при действии кислот.

Поведение в кислотах других ароматических производных метана никем не изучалось. В литературе лишь изредка встречается упоминание об образовании цветных растворов в концентрированной серной кислоте. Например, известно, что 4,4-диметоксидифенилметан дает интенсивно красный раствор ⁽⁷⁾, 4,4'-диметокситрифенилметан — оранжевый ⁽⁸⁾, 1,4,4'-триметокситрифенилметан — красный ⁽⁹⁾.

С целью изучения природы возникающей цветности в кислотных растворах у такого рода соединений мы предприняли специальное изучение поведения в кислотах окси- и метоксипроизводных дифенилметана, диметилдифенилметана и трифенилметана. При этом оказалось, что все эти соединения, будучи сами бесцветными, образуют цветные растворы в серной, фосфорной и трихлоруксусной кислотах при обычной температуре, а в некоторых случаях при небольшом нагревании.

На рис. 1, 2, 3 и 4 представлены кривые поглощения растворов 4,4'-диоксидифенилметана, 1,1-бис-(4-оксифенил)-этана и 4-окси- и 4,4'-диокситрифенилметана в этаноле, этанольно-этанольном растворе и кислотах.

Кривые поглощения этанольных растворов расположены в ультрафиолетовой области и для всех соединений в среднем ультрафиолете обладают фенольным типом поглощения. Кроме того, для первых двух соединений имеет место еще избирательное поглощение в ближнем ультрафиолете в виде мало интенсивного изгиба кривой. Этанольно-

этанолатные кривые несколько смещены в более длинноволновую область вследствие солеобразования по фенольным гидроксилам ⁽¹⁰⁾.

На кривых для растворов в концентрированной серной кислоте, кроме полос поглощения в среднем и коротком ультрафиолете, появляются две новые интенсивные полосы, одна из которых расположена в видимой области спектра и обуславливает цветность растворов.

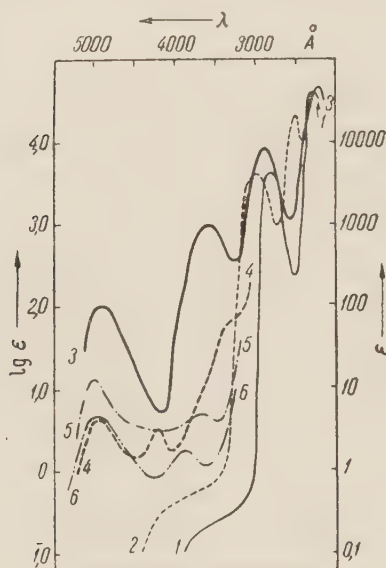


Рис. 1. 4,4'-диоксидифенилметан: 1 — в C_2H_5OH , 2 — в этанольном $NaOC_2H_5$, 3 — в конц. H_2SO_4 , 4 — в 30% H_2SO_4 в CH_3COOH , 5 — в 44% H_3PO_4 в CH_3COOH , 6 — в 90% CCl_3COOH

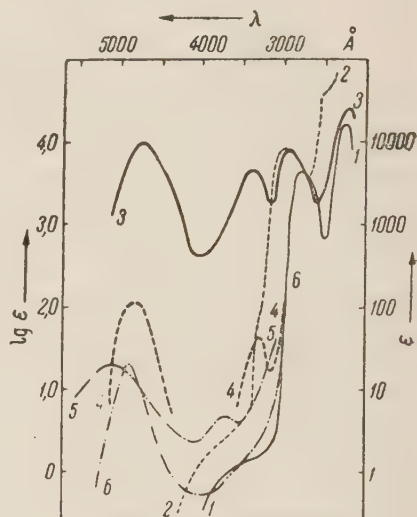


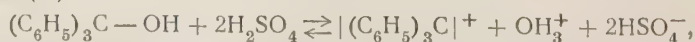
Рис. 2. 1,1-бис-(4-оксифенил)-этан: 1 — в C_2H_5OH , 2 — в этанольном $NaOC_2H_5$, 3 — в конц. H_2SO_4 , 4 — в 30% H_2SO_4 в CH_3COOH , 5 — в 44% H_3PO_4 в CH_3COOH , 6 — в 90% CCl_3COOH

Кривые поглощения растворов этих соединений в других кислотах также заходят в видимую область спектра и слагаются из полос, отсутствующих на кривых этанольных растворов. Их интенсивность в большинстве случаев меньше, чем на кривых растворов в концентрированной серной кислоте. Кроме того, для окси- и диоксипроизводных трифенилметана имеет место разделение широкой длинноволновой полосы на две более узкие.

При изучении спектров поглощения кислотных растворов метоксисоединений были получены кривые поглощения, совершенно идентичные с кривыми соответствующих фенолов. Аналогичное совпадение кривых поглощения кислотных растворов окси- и метоксисоединений известно для производных триарилкарбинолов ⁽¹¹⁾.

Кислотные растворы всех изученных нами соединений обесцвечиваются при разбавлении водой, этанолом и другими растворителями вследствие исчезновения полос поглощения, характерных только для кислотных растворов.

Появление окраски в кислотных растворах и ее исчезновение с разбавлением другими растворителями делает сходным это явление хорошо известным явлением галохромии, например для трифенилкарбонила ⁽¹²⁾.



где цветность обусловлена присутствием в растворе ионов трифенилкарбония.

Исходя из этого, можно было предполагать, что возникновение цветности в кислотных растворах ароматических производных метана происходит за счет окисления до карбинолов, которые затем образуют галохромные соли. Окисление до карбинолов в нашем случае возможно либо за счет кислорода воздуха, либо за счет кислоты. Однако оказалось, что возникновение цветности имеет место и в атмосфере азота, что, несомненно, исключает возможность образования карбинолов за счет окисления кислородом воздуха. Предположение о возможности окисления кислотой

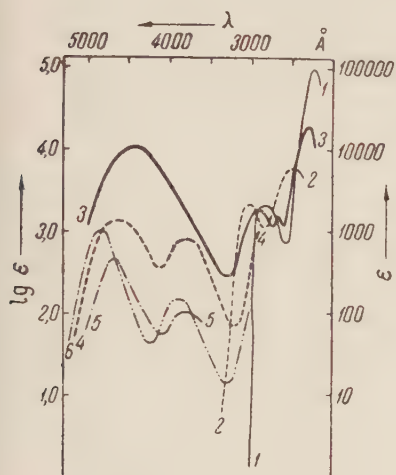


Рис. 3. 4-окситрифенилметан: 1 — в C_2H_5OH , 2 — в этанольном $NaOC_2H_5OH$, 3 — в конц. H_2SO_4 , 4 — в 30% H_2SO_4 , 5 — в 44% H_3PO_4 в CH_3COOH , 6 — в 90% CCl_3COOH

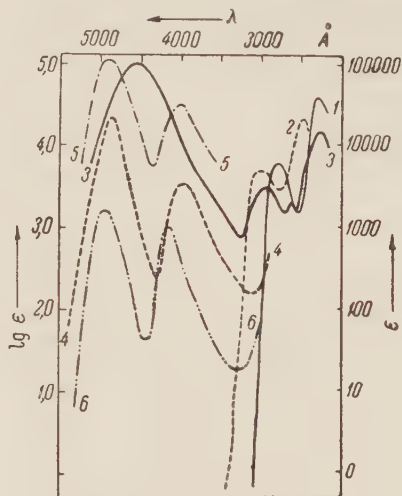
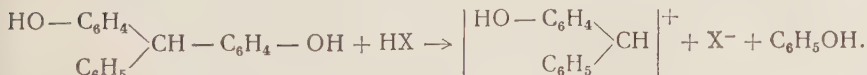
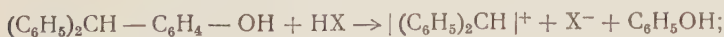
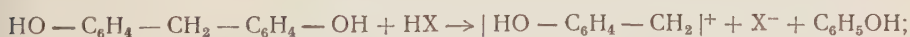


Рис. 4. 4,4'-диокситрифенилметан: 1 — в C_2H_5OH , 2 — в этанольном $NaOC_2H_5OH$, 3 — в конц. H_2SO_4 , 4 — в 30% H_2SO_4 в CH_3COOH , 5 — в 44% H_3PO_4 в CH_3COOH , 6 — в 90% CCl_3COOH

падает потому, что цветность возникает также при действии таких кислот, как фосфорная и трихлоруксусная, которые не обладают окислительными свойствами.

Учитывая последние факты, мы пришли к заключению, что возникновение цветности в кислотных растворах ароматических производных метана, по всей вероятности, связано с образованием карбониевых солей за счет расщепления углерод-углеродной связи, подобно тому как это было установлено нами для четырех замещенных ароматических производных метана (6).



Такое предположение согласуется с характерными особенностями иривых поглощения карбониевых катионов, но его достоверность желательно было подтвердить химическим путем, так как по нашим кислотным иривым трудно приписать карбониевым катионам определенное строение.

Более точное представление о строении карбониевых катионов было олучено из того, что при кипячении растворов оксисоединений в трихлор-

уксусной кислоте во всех случаях в качестве одного из продуктов реакции нами был выделен фенол: для 4,4'-диоксидифенилметана с выходом 18% для 1,1-бис-(4-оксифенил)-этана 28%, для 4-окситрифенилметана 10% и для 4,4'-диокситрифенилметана 23%.

Расщепление по метановой связи с выделением диметиланилин известно для гексаметилтриаминотрифенилметана при нагревании его раствора в муравьиной кислоте в присутствии муравьинокислоты натрия ⁽¹³⁾.

Более обширное изучение явления ацидохромии в ряду ароматических производных метана позволило установить, что оно имеет общий характер и свойственно соединениям с одним бензольным кольцом при наличии третичного и четвертичного атома углерода, а с двумя и большим числом бензольных колец — при наличии вторичного, третичного и четвертичного метанового атома углерода.

Поступило
15 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ A. Bistrzicki, C. Herbst, Ber., **34**, 3073 (1901). ² A. Bistrzicki, J. Gyr, Ber., **37**, 655 (1904). ³ A. Bistrzicki, F. Reintke, Ber., **38**, 839 (1905). ⁴ D. Boyd, D. Hardy, J. Chem. Soc., 630, 1928. ⁵ А. Н. Несмеянов, Э. Г. Перевалова и др., Изв. АН СССР, ОХН, 692 (1951). ⁶ В. Ф. Лаврушин, ДАН, **86**, 309 (1952). ⁷ Tere Meer, Ber., **7**, 1200 (1874). ⁸ W. Feuerstein, A. Lipp, Ber., **35**, 3253 (1902). ⁹ A. Bayer, V. Villiger, Ber., **35**, 1189 (1902). ¹⁰ E. C. Baly, E. K. Ewbank, J. Chem. Soc., **87**, 1347 (1905). ¹¹ L. C. Anderson, W. A. Fischer, J. Am. Chem. Soc., **66**, 594 (1944). ¹² L. Hammett, Physical Organic Chemistry, N. Y., 1940, p. 54. ¹³ A. Goyon, A. Kovache, C. R., **156**, 1324 (1913).

Академик А. Н. ЕСМЕЯНОВ, О. В. НОГИНА и Р. Х. ФРЕЙДЛИНА

ТРИАЛКОКСИТИТАНЫ И ДИАЛКОКСИТИТАНОКСИДЫ

Химия органических производных ортотитановой кислоты в последние годы интенсивно изучается. Разработан ряд методов синтеза соединений типа: $(\text{RO})_4\text{Ti}$ (¹⁻³), $(\text{RO})_n\text{TiHal}_{4-n}$ (⁴⁻⁸), $(\text{RO})_n\text{Ti}(\text{OR}')_{4-n}$ (⁹), сделавших эти вещества сравнительно доступными. Получены первые представители простейших полтитаноксанов (^{10, 11}).

Органические производные трехвалентного титана до сих пор в индивидуальном состоянии получены не были. В литературе имеются лишь два упоминания об органических соединениях, содержащих трехвалентный титан. В 1928 г. была описана (¹²) попытка получения триэтоксититана в индивидуальном виде восстановлением этилортотитаната. По мнению авторов, они получили смесь, состоящую из триэтоксититана и этилортотитаната, разделить которую им не удалось. Недавно появилась статья (¹³), в которой сообщается, что при самопроизвольном разложении веществ типа $\text{C}_6\text{H}_5\text{Ti}(\text{OR})_3$ образуются соединения трехвалентного титана, однако последние не были изолированы и никак не охарактеризованы.

Мы получили и описываем здесь первые представители триалкоксититанов.

Три-*n*-пропоксититан и три-*n*-бутоксититан синтезированы нами путем восстановления *n*-пропил- и *n*-бутилортотитанатов калием в спиртовой среде. Эти соединения представляют собой твердые вещества, окрашенные в розовато-сиреневый цвет, трудно растворимые в обычных органических растворителях.

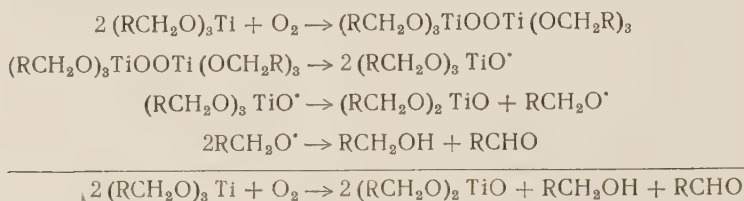
Триалкоксититаны — весьма реакционноспособные вещества; они крайне чувствительны к действию влажного воздуха, устойчивы только в атмосфере сухого инертного газа, восстанавливают сулему и бромную ртуть в спиртовом растворе, присоединяют хлор, окисляются сухим воздухом. Триалкоксититаны, повидимому, образуют двойные соединения со спиртами. Так, при осторожной сушке продуктов, полученных при восстановлении алкилортотитанатов, нам удалось выделить вещества состава: $(n\text{-C}_3\text{H}_7\text{O})_3\text{Ti} \cdot 2n\text{-C}_3\text{H}_7\text{OH}$ и $(n\text{-C}_4\text{H}_9\text{O})_3 \cdot n\text{-C}_4\text{H}_9\text{OH}$, которые представляют собой твердые, трудно растворимые в обычных органических растворителях, окрашенные в коричневый цвет соединения, химическое поведение которых в основном аналогично поведению триалкоксититанов. Двойные соединения теряют координационно связанный спирт при сушке их в вакууме (2—3 мм) в токе азота при комнатной температуре.

Полученные производные трехвалентного титана под действием избытка воды мгновенно гидролизуются с выделением соответствующего спирта и нерастворимого в воде, окрашенного в черный цвет неорганического соединения, повидимому, представляющего собой Ti_2O_3 .

Окисление соединений трехвалентного титана сухим воздухом изучено нами более подробно. Эта реакция идет медленно; 10—12 г вещества окисляется полностью примерно за сутки. Во влажном воздухе триалкоксититаны окисляются мгновенно, что видно по исчезновению окраски, характерной для соединений трехвалентного титана.

При окислении вышеописанных веществ сухим воздухом мы выделили соединения, по составу отвечающие дибутоксититаноксиду $(n\text{-C}_4\text{H}_9\text{O})_2\text{TiO}$ и дипропоксититаноксиду $(n\text{-C}_3\text{H}_7\text{O})_2\text{TiO}$ (других содержащих титан продуктов при окислении не образовалось). Полученные диалкоксититаноксиды представляют собой бесцветные, твердые, плавкие, не перегоняющиеся в вакууме гигроскопичные и легко гидролизующиеся вещества, очень легко растворимые в обычных органических растворителях. Тот факт, что диалкоксититаноксиды представляют собой твердые, не перегоняющиеся в вакууме вещества, дает возможность предполагать, что они являются соединениями полимерными.

Образование диалкоксититаноксидов в результате реакции окисления мы объясняем следующей схемой:



Эта схема была подтверждена получением ди-*n*-бутоксититаноксида, бутилового спирта и масляного альдегида, при окислении три-*n*-бутоксититана; никаких других продуктов реакции при этом обнаружено не было. Следует отметить, что соединения, относящиеся к типу диалкоксититаноксидов до сих пор не были известны.

Экспериментальная часть

Все нижеописанные опыты проводились с тщательно высушенными реактивами в атмосфере сухого чистого азота.

Получение три-*n*-пропоксититана $(n\text{-C}_3\text{H}_7\text{O})_3\text{Ti}$. В колбу помещено 1,7 г металлического калия, затем добавлен раствор 3 г (0,011 моля) *n*-пропилортотитаната в 30 мл *n*-пропилового спирта. Выпавший осадок отсосан, тщательно отмыт от пропилата калия *n*-пропиловым спиртом, а затем 2 раза низки кипящим петролейным эфиром. Продукт реакции высушен в вакууме (2—3 мм) в токе азота при комнатной температуре в течение часа. При этом было получено окрашенное в розовато-сиреневый цвет твердое вещество, трудно растворимое в обычных органических растворителях, устойчивое только в атмосфере тщательно высушенного инертного газа. Навески для анализа помещались в присоединенные к прибору заранее взвешенные кварцевые пробирочки, которые затем отпаивались.

Найдено %: C 47,34; 48,40; H 9,36; 9,14; Ti 21,51; 21,36
($\text{C}_3\text{H}_7\text{O}$)₃Ti. Вычислено %: C 48,02; H 9,4; Ti 21,30

Если сушку продукта восстановления производить осторожно в течение 15—20 мин. в вакууме (около 20 мм), то таким образом полученное вещество представляет собой коричневый порошок, очень легко окисляющийся и гидролизующийся на воздухе, трудно растворимый в обычных органических растворителях.

Образец 1. Найдено %: C 51,71; 51,48; 52,08; H 10,55; 11,30; 10,30
Образец 2. Найдено %: C 51,39; H 11,34; 10,50
($\text{C}_3\text{H}_7\text{O}$)₃Ti·2C₃H₇OH. Вычислено %: C 52,14; H 10,72

Образцы 1 и 2 были взяты из разных опытов.

Получение три-*n*-бутоксититана. Опыт был проведен подобно предыдущему. В реакцию было взято 3 г (0,088 моля) *n*-бутилортотитаната, 2 г металлического калия и 30 мл *n*-бутилового спирта. Полученное соединение представляет собой твердое вещество, окрашенное

в розовато-сиреневый цвет. Оно трудно растворимо в обычных органических растворителях и устойчиво только в атмосфере тщательно высушенного инертного газа.

Найдено %: С 54,83; 53,68; Н 10,51; 10,28
 $\text{Ti}(\text{OC}_4\text{H}_9)_3$. Вычислено %: С 53,93; Н 10,42

Окисление три-*n*-бутоксититана кислородом воздуха. Продукт, полученный, как описано выше, из 12 г (0,035 моля) *n*-бутилоортотитаната, 8,2 г металлического калия и 100 мл *n*-бутилового спирта, промытый и высушенный, был оставлен на воронке со стеклянным фильтром. Через воронку просасывался воздух, который сушился пропуская его через 4 колонки, наполненные пятиокисью фосфора. При этом продукт постепенно сжижался и жидкость стекала в приемник. Через час продувание воздуха было прекращено. Воронка была оставлена соединенной с воздухом через вышеупомянутые осушители. Через сутки после начала опыта окисление закончилось. В приемник собралось 13,8 г густой вязкой жидкости. От реакционной смеси при 19 мм была отогнана жидкость, оказавшаяся по всем свойствам идентичной с *n*-бутиловым спиртом. Остаток после отгонки спирта сушился при 2—3 мм 25 мин. при 40°, а затем еще 20 мин. при 100°. После этого в колбе остался слегка желтоватый порошок, очень легко растворимый в эфире, петролейном эфире, спирте, диоксане, бензоле, плавящийся в запаянном капилляре при 112—115°. Продукт гигроскопичен и легко гидролизуется.

Найдено %: С 45,23; 45,44; 45,42; Н 8,58; 8,44; 8,59; Ti 22,21; 22,62
 $(\text{C}_4\text{H}_9\text{O})_2\text{TiO}$. Вычислено %: С 45,73; Н 8,64; Ti 22,79

Окисление три-*n*-пропоксититана кислородом воздуха. Продукт, полученный при взаимодействии 12 г (0,042 моля) *n*-пропилоортотитаната, 6,8 г металлического калия и 100 мл *n*-пропилового спирта, окислен сухим воздухом на воронке, как описано для три-*n*-бутоксититана. Полученный оксид представляет собой светложелтый порошок, легко растворимый в органических растворителях, плавящийся в запаянном капилляре при 100—113°. Продукт гигроскопичен и легко гидролизуется.

Найдено %: С 39,80; 39,70; Н 7,70; 7,77; Ti 26,86; 26,60
 $(\text{C}_3\text{H}_7\text{O})_2\text{TiO}$. Вычислено %: С 39,58; Н 7,75; Ti 26,30

Институт органической химии
им. Н. Д. Зелинского
Академии наук СССР

Поступило
10 II 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J. Kraitzer, K. McTaggart, G. Winter, J. Council Sci. Ind. Res., **21**, 328 (1948); Chem. Abstr., **43**, 9026 (1949). ² N. M. Cullinane, S. J. Chard, G. F. Price, B. B. Millward, J. Soc. Chem. Ind. (London), **69**, Suppl. No. 1, S. 38 (1950). ³ О. В. Ногина, Р. Х. Фрейдлина, А. Н. Несмеянов, Изв. АН СССР, ОХН, **3**, 327 (1950). ⁴ J. S. Jennings, W. Wardlaw, W. J. R. Way, J. Chem. Soc., **1936**, 637. ⁵ А. Н. Несмеянов, Р. Х. Фрейдлина, О. В. Ногина, Изв. АН СССР, ОХН, **5**, 518, (1951). ⁶ О. В. Ногина, Р. Х. Фрейдлина, А. Н. Несмеянов, там же, **1**, 74 (1952). ⁷ А. Н. Несмеянов, Р. Х. Фрейдлина, О. В. Ногина, там же, **6**, 1037 (1952). ⁸ А. Н. Несмеянов, Э. М. Брайнина, Р. Х. Фрейдлина, ДАН, **94**, № 2, 249 (1954). ⁹ А. Н. Несмеянов, О. В. Ногина, Изв. АН СССР, ОХН, **1**, 41 (1954). ¹⁰ А. Н. Несмеянов, Э. М. Брайнина, Р. Х. Фрейдлина, ДАН, **85**, № 3, 571 (1952). ¹¹ N. M. Cullinane, S. J. Chard, C. F. Price, B. B. Millward, J. Appl. Chem., **1**, 400 (1951). ¹² D. W. Corquodale, H. Adkins, J. Am. Chem. Soc., **50**, 1938 (1928). ¹³ D. F. Herman, W. K. Nelson, *ibid.*, **75**, 3877 (1953). ¹⁴ O. L. Brady, G. V. Elsmie, Analyst, **51**, 78 (1926).

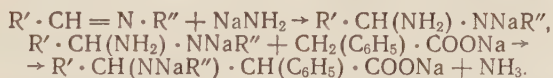
НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ АМИДА НАТРИЯ В ОРГАНИЧЕСКОМ СИНТЕЗЕ

ПОЛУЧЕНИЕ α -, β -ДИАРИЛ- β -[N-АРИЛ]-АМИНОПРОПИОНОВЫХ КИСЛОТ

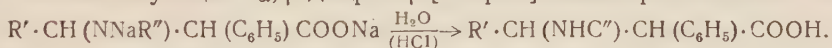
(Представлено академиком В. М. Родионовым 12 I 1954)

В одной из предыдущих работ указано, что ароматические анилы в присутствии амида натрия легко конденсируются в соответствующие α -, β -, γ -триарилглутаровые кислоты (¹). При соответствующих условиях конденсация может протекать вполне гладко со средним выходом триарилглутаровой кислоты 35—60 %.

При рассматривании механизма реакции мы допустили возможность промежуточного образования N-арил- β -аминокислотного органонатриевого комплекса, $R' \cdot CH(NNaR'') \cdot CH(C_6H_5) \cdot COONa$, по схеме:



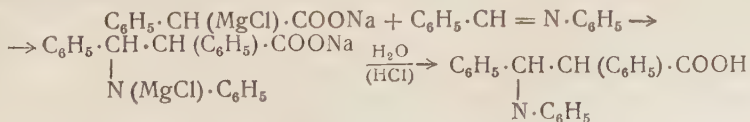
Кислотный гидролиз этого комплекса, очевидно, привел бы к получению соответствующих α -, β -диарил- β -[N-арил]-аминопропионовых кислот:



Действительно, при конденсации фенилуксусного натрия с бензилиден- β -нафтиламином мы смогли выделить, помимо α -, β -, γ -трифенилглутаровой кислоты, еще и α -, β -дифенил- β -[N- β -нафтил]-аминопропионовую кислоту.

Настоящая работа содержит результаты наших опытов, целью которых было направить конденсацию анилов с фенилуксусным натрием в присутствии амида натрия, главным образом, в сторону получения α -, β -арилированных β -N-ариламинопропионовых кислот, $R' \cdot CH(NHR'') \cdot CH(C_6H_5) \cdot COOH$. Как видно из полученных до сих пор результатов, реакция может проводиться в этом направлении при найденных нами экспериментальных условиях с выходом аминокислот в 40—60 %; таким образом, она является общим препаративным способом синтеза β -аминокислот вышеуказанного типа.

Из методов, которые могут быть применены для получения подобных кислот ((²⁻⁶) и др.), отметим здесь метод Б. Куртева и Ст. Робева (⁷), которые установили образование α -, β -дифенил- β -[N-фенил]-аминопропионовой кислоты при взаимодействии бензилиденанилина с фенилуксусным хлоромagneиeвым натрием по Д. Иванову и Ал. Спасову (⁸):



Эта интересная реакция пока еще недостаточно препаративно исследована.

Экспериментальная часть

Как показали наши опыты, преобладание или подавление отдельных параллельных реакций, происходящих при взаимодействии ароматического анила с фенилуксусным натрием и амидом натрия (¹), в сильной степени зависят от условий реакции. Ограничение ее на ступени получения органонатриевого аминокислотного комплекса, отвечающего N-ариллированной β-аминокислоте, оказалось осуществимым, в общем, при возможно кратком нагревании реакционной смеси в более низко кипящем растворителе и употреблении ароматического анила в избытке по отношению к фенилуксусному натрию.

На практике реакция лучше всего протекает в среде сухого эфира или бензола, при молярном отношении анила к фенилуксусному натрию приблизительно 2 : 1. Обыкновенно исходят из 3,5 г (0,022 моля) сухого, растертого фенилуксусного натрия, взвеси в 50 см³ растворителя, к которому прибавляют 2,0 г (0,05 моля), растертого под 10 см³ растворителя кристаллического амида натрия по Титерлею. Фенилуксусный натрий можно удобно получить и прямо в реакционной смеси при нейтрализации 3,0 г (0,022 моля) фенилуксусной кислоты в 50 см³ растворителя достаточным избытком (3,2 г = 0,08 моля) амида натрия и при 10-минутном нагревании с обратным холодильником. К смеси фенилуксусного натрия и амида натрия сразу прибавляют 0,4 моля анила, растворенного в 15 см³ растворителя, и реакционная смесь кипятится на водяной или парафиновой бане. При довольно изобильном выделении аммиака реакция в эфирной среде завершается приблизительно за 1 час. В бензоле, где наблюдается также значительное растворение осадка фенилуксусного натрия и амида натрия, для этого необходимо 15—20 мин., но выход аминокислот обыкновенно более низкий. Окрашенный в светлоромановый цвет продукт реакции разлагается (при опытах с бензолом после прибавления небольшого количества эфира) при выливании в охлаждающую смесь из 100—150 г льда и 25—30 г хлористого аммония. При этих условиях аминокислота выпадает в виде Na-соли.

Смесь отсасывают холодной через бюхнеровскую воронку и промывают несколько раз бензолом и эфиром. Почти бесцветный остаток размешивают с 250—300 см³ воды и разлагают избытком разбавленной уксусной кислоты. Выпавший осадок аминокислоты фильтруют через 1—2 часа и несколько раз промывают на фильтре водой. Иногда кислота выпадает в виде полужидкой, лишь постепенно затвердевающей серой массы.

Этого можно избежать при хорошем отсасывании в вакууме для возможно полного удаления растворителя. Осажденную кислоту надо оставить в уксуснокислой среде до полного затвердевания.

В большинстве случаев полученная аминокислота довольно чистая и легко перекристаллизовывается. При затрудненной перекристаллизации очищение сырых кислот проводится легче всего через трудно растворимые и хорошо кристаллизующиеся в спирте или бензоле хлористоводородные соли. Для этой цели осажденная кислота растворяется в небольшом количестве бензола и обрабатывается активным углем, затем через раствор пропускают при охлаждении сухой хлористый водород. Полученную кристаллическую массу промывают бензолом. При употреблении растворителя — спирта к обесцвеченному подогретому раствору кислоты прибавляют несколько кубических сантиметров концентрированной соляной кислоты. Выкристаллизованную при охлаждении раствора хлористоводородную соль промывают небольшим количеством разбавленного спирта. Выделение свободной аминокислоты проводят, растворяя соль в большом объеме сильно разбавленной щелочи натрия и подкисляя раствор разбавленной уксусной кислотой. Выпавшая кислота почти чистая и легко перекристаллизовывается из подходящего растворителя.

α -, β -Дифенил- β -[N-фенил]-аминопропионовая кислота. Из 7,2 г бензилиденанилина; бесцветные призматические иглы (из спирта — воды). Т. пл. 171—172°. Выход 46% при опытах в эфирной среде и 38% в бензоле (в пересчете на вязкую фенилуксусную кислоту). Хлористоводородная соль — призматические кристаллы с т. пл. 196—197°.

Найдено %: С 79,1; Н 6,0; N 4,1
 $C_{21}H_{19}O_2N$. Вычислено %: С 79,5; Н 6,0; N 4,1

Молекулярный вес (в бензоле): найдено 327, вычислено 327.

α -Фенил- β -паратоллил- β -[N-фенил]-аминопропионовая кислота. Из 7,5 г параметилбензилиденанилина (т. кип. 190—192° при 10 мм; т. пл. 41°); бесцветные призматические кристаллы (из спирта — воды). Т. пл. 181—182°. Выход 52%.

Найдено %: N 4,5
 $C_{22}H_{21}O_2N$. Вычислено %: N 4,2

α -, β -Дифенил- β -[N-паратоллил]-аминопропионовая кислота. Из 7,5 г бензилиденпаратолуидина (т. кип. 168—170° при 12 мм; т. пл. 62°); бесцветные призматические кристаллы. Т. пл. 189—190° (из спирта — воды). Выход 55%.

Найдено %: N 3,8
 $C_{22}H_{21}O_2N$. Вычислено %: N 4,4

α -, β -Дифенил- β -[N- β -нафтил]-аминопропионовая кислота. Из 9 г бензилиден- β -нафтиламина (т. пл. 103°). Кислоту очищают через хлористоводородную соль (6,2 г сырой кислоты в 50 см³ спирта и 10 см³ концентрированной соляной кислоты). Бесцветные призматические пластинки. Т. пл. 190—192°. Полученная из соли аминокислота — белый порошок с растянутой т. пл. 90—105°. Перекристаллизованная из тетрахлорметана с прибавлением петролейного эфира — мягкие белые иглы, т. пл. 158—160°. Выход в среднем 57%.

Найдено %: N 3,9
 $C_{25}H_{21}O_2N$. Вычислено %: N 3,8

Медицинская академия им. В. Червенкова
София, Болгария

Поступило
21 VIII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Ал. Спасов, Ст. Робев, ДАН, **95**, № 3 (1954). ² W. M. Rodionow, E. Th. Malewinskaja, Ber., **59**, 2952 (1926). ³ S. Gabriel, K. Kroseberg, Ber., **22**, 426 (1889); C. A. Bischoff, N. Mintz, Ber., **25**, 230 (1892). ⁴ W. Autenrieth, C. Pretzell, Ber., **36**, 1262 (1903). ⁵ H. Staudinger, Lieb. Ann., **356**, 51 (1907); H. Staudinger, H. W. Klaver, P. Kober, *ibid.*, **374**, 25 (1910); H. Staudinger, L. Ruzicka, *ibid.*, **380**, 304 (1911). ⁶ H. Gilman, S. Speeter, J. Am. Chem. Soc., **65**, 2255 (1943). ⁷ Б. Куртев, Ст. Робев, Докл. БАН, **2**, № 2, 3, 37 (1951). ⁸ D. Ivanoff, A. Spassoff, Bull. Soc. Chim., **49**, 371, 377 (1933).

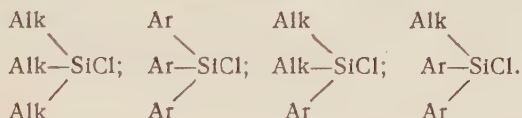
М. Ф. ШОСТАКОВСКИЙ и Д. А. КОЧКИН

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ КИСЛОРОДСОДЕРЖАЩИХ КРЕМНИЙОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

ПОЛУЧЕНИЕ ДИЭТИЛФЕНИЛСИЛАНХЛОРИДА, ДИЭТИЛФЕНИЛСИЛАНОЛА,
ТЕТРАЭТИЛДИФЕНИЛДИСИЛОКСАНА И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРЕВРАЩЕНИЯ

(Представлено академиком Б. А. Казанским 18 I 1954)

Одним из перспективных направлений развития химии кислородсодержащих кремнийорганических соединений являются синтезы и превращения кремнийорганических спиртов и силанолов. В связи с этим нами предприняты исследования по разработке способов получения прежде всего триалкил- и триарилсиланолов различного состава и строения. Исходными продуктами в этих синтезах являются соответствующие алкил- или арилсиланхлориды следующего общего строения:



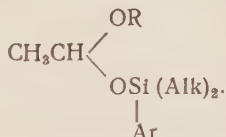
С целью получения силанолов указанные алкил(арил)силанхлориды подвергаются гидролизу по следующей схеме:



где R — алкил или арил.

В настоящем исследовании изучены условия гидролиза диэтилфенилсиланхлорида и получения диэтилфенилсиланолола, который подвергался взаимодействию с простыми виниловыми эфирами с образованием кремнийорганических ацеталей.

Синтез кремнийорганических ацеталей, впервые осуществленный на основе простых виниловых эфиров и алкилсиланолов (^{1,2}), распространен нами на получение ацеталей следующего общего строения:

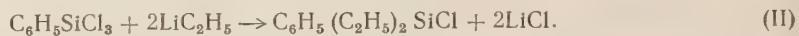
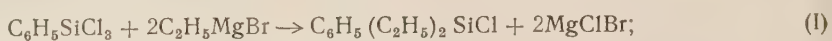


Указанные синтезы являются дальнейшим исследованием строения, свойств и реакционной способности силанолов.

Для получения кремнийорганических ацеталей мы исходили из диэтилфенилсиланхлорида, соответствующего силанолола и простых виниловых эфиров. Что касается диэтилфенилсиланхлорида, являющегося исходным продуктом, то необходимо указать, что его синтез и свойства в литературе не описаны. В связи с этим явилась необ-

ходимость разработать синтез диэтилфенилсиланхлорида. В итоге нами исследованы следующие три способа:

1) Взаимодействие фенилсилантрихлорида с этилмагнийбромидом или этиллитием по схемам:



2) Действие диэтилсиландихлорида на фенилмагнийбромид:



3) Реакция диэтилсиландихлорида с фениллитием, которая может быть представлена следующей схемой:

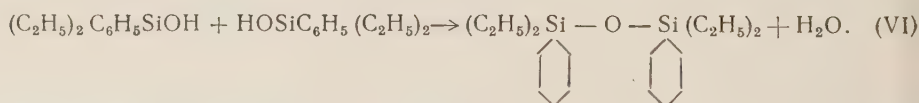


Метод получения диэтилфенилсиланхлорида взаимодействием фенилсилантрихлорида с этилмагнийбромидом или этиллитием (способ I) оказался мало пригодным ввиду определенных трудностей разделения реакционной смеси. Температуры кипения фенилсилантрихлорида ($202,0^\circ$) и диэтилфенилсиланхлорида (229°) сравнительно близки. Наиболее пригодным способом получения диэтилфенилсиланхлорида оказалось взаимодействие диэтилсиландихлорида с фениллитием. Выход в этом случае достигает 60%.

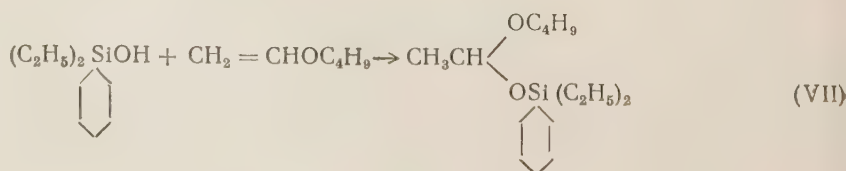
Диэтилфенилсиланол впервые был получен довольно сложным путем — реакцией этилмагнийбромидом с продуктами гидролиза этилфенилсиландихлорида (³). В настоящем исследовании разработан новый способ получения диэтилфенилсиланола гидролизом диэтилфенилсиланхлорида. Гидролиз диэтилфенилсиланхлорида легко осуществляется при действии 1N водных растворов щелочей: NaOH, KOH или NH_4OH и протекает согласно следующей схеме:



Диэтилфенилсиланол конденсируется с образованием тетраэтилдифенилдисилоксана при сильном нагревании и особенно легко в присутствии уже незначительных количеств минеральных кислот. Образование тетраэтилдифенилдисилоксана осуществляется по следующей схеме:



Диэтилфенилсиланол легко взаимодействует (даже с разогреванием) при комнатной температуре также с виниловыми эфирами с образованием соответствующих ацеталей. Получение одного из представителей этого класса — бутилдиэтилфенилсиланацеталь — описано нами ниже. Бутилдиэтилфенилсиланацеталь получается взаимодействием диэтилфенилсиланола с винилбутиловым эфиром. Реакция осуществляется по схеме:



Структура полученного диэтилфенилсиланола устанавливалась нами получением из него конденсаций димерного соединения — тетраэтилдифенилдисилоксана и кремнийорганического ацетала — бутилдиэтилфенилсиланацетала.

Экспериментальная часть

Получение диэтилфенилсиланхлорида. В трехгорлую колбу емкостью 1,5—2 л, снабженную обратным холодильником, механической мешалкой, капельной воронкой и термометром, помещались 24 г магния или 14 г лития* в виде стружек, 500 мл безводного серного эфира и несколько кристалликов иода или 0,3—0,5 мл бромистого этила. Из капельной воронки приливалось по каплям 157 г (1 г-моля) бромистого фенила. После введения небольшого количества бромистого фенила реакционная смесь размешивалась при комнатной температуре в течение 20—30 мин. После того как реакция началась, дальнейшее добавление бромистого фенила проводилось при температуре реакционной смеси не выше 30—35°. После его введения размешивание при комнатной температуре продолжалось в течение 1,0—1,5 часа, после чего реакционная смесь, освобожденная от остатков магния или лития (механическим путем или фильтрованием через стеклянную вату), выливалась в капельную воронку.

В освободившуюся трехгорлую колбу вливались 157 г (1,0 г-моля) диэтилсиландихлорида (т. кип. 128—130°; d_4^{20} 1,1070) и 200 мл безводного эфира, а затем при постоянном размешивании магнийбромфенил или фениллитий. Реакционная смесь нагревалась на водяной бане в течение 6—10 час. — в случае применения магнийбромфенила и 5—5,5 час. в случае фениллития. После этого продукты реакции фильтровались при помощи вакуумфильтра, а осадок промывался несколькими порциями эфира. После отгонки эфира из эфирных вытяжек и эфирного раствора и последующего повторного фракционирования продуктов реакции выделялось 119 г вещества (в случае применения фениллития) со следующими константами: т. кип. 229° (756 мм); n_D^{20} 1,5130; d_4^{20} 1,0252. Найдено MR 58,26; вычислено для $C_{10}H_{15}SiCl$ MR 58,99.

Найдено %: Cl 17,45; 17,55
 $C_{10}H_{15}SiCl$. Вычислено %: Cl 17,84

Согласно данным анализа, вещество с т. кип. 229° (756 мм) можно принять за диэтилфенилсиланхлорид. Выход диэтилфенилсиланхлорида составлял 60% от теоретического, считая на диэтилсиландихлорид.

Получение диэтилфенилсиланола. В трехгорлую колбу помещалось 100 г диэтилфенилсиланхлорида, 500 мл безводного эфира и несколько капель фенолфталеина. Из капельной воронки при сильном размешивании реакционной смеси быстро вводился 1 N водный раствор едкого натра до появления устойчивого слабо розового окрашивания. Содержимое колбы разделялось при помощи делительной воронки на два слоя (эфирный и водный). Водный слой промывался несколькими порциями серного эфира по 70—100 мл. Эфирный слой и эфирные вытяжки объединялись и сушились над поташом в течение 25—30 мин. После отгонки эфира и последующего фракционирования в вакууме выделялось 87 г вещества со следующими константами: т. кип. 107,5—110° (9 мм) (выход 91% от теоретического); n_D^{20} 1,5170; d_4^{20} 0,9905. Найдено MR 55,07; вычислено для $C_{10}H_{16}SiO$ MR 55,27.

Найдено %: C 66,89; 67,05; H 8,78; 8,79; Si 15,54; 15,35
 $C_{10}H_{16}SiO$. Вычислено %: C 66,88; H 8,87; Si 15,55

* В случае применения лития получение литийфенила производилось в атмосфере азота; с этой целью через реакционную колбу пропусклся сухой азот с небольшой скоростью.

Полученное соединение являлось диэтилфенилсиланолом. Диэтилфенилсиланол представлял собой малоподвижную жидкость со слабо камфорным запахом, устойчивую при хранении, растворимую в эфире, спирте, хлорированных углеводородах, нерастворимую в воде. При нагревании диэтилфенилсиланола в присутствии следов соляной кислоты получался тетраэтилдифенилдисилоксан; это также указывало, что полученное соединение являлось диэтилфенилсиланолом.

Получение тетраэтилдифенилдисилоксана. Диэтилфенилсиланол и несколько капель концентрированной соляной кислоты помещались в круглодонную колбу с обратным холодильником, и реакционная смесь кипятилась 2—3 часа. После просушивания поташом и фракционирования в вакууме выделялось вещество со следующими константами: т. кип. 216—218° (22 мм); n_D^{20} 1,5214; d_4^{20} 0,9828. Найдено MR 107,08; вычислено для $C_{20}H_{30}Si_2O$ MR 107,07.

Найдено %: С 69,78; 70,04; Н 8,72; 8,67; Si 16,60; 16,71
 $C_{20}H_{30}Si_2O$. Вычислено %: С 70,05; Н 8,76; Si 16,40

Соединение с т. кип. 216—218° (22 мм), представлявшее собой тетраэтилдифенилдисилоксан, являлось бесцветной, малоподвижной жидкостью, растворимой в ацетоне, спирте, хлорированных растворителях, но нерастворимой в воде.

Получение бутилдиэтилфенилсиланацетата. В круглодонную колбу с двумя тубусами, снабженную термометром и обратным холодильником, помещалось 11 г винилбутилового эфира (т. кип. 93,0—94,0° (758 мм); n_D^{20} 1,4010; d_4^{20} 0,7792), 9,0 г диэтилфенилсиланола и 0,02 мл концентрированной соляной кислоты. Затем колба с реакционной смесью нагревалась на кипящей водяной бане в течение 1,0—1,5 часа, после чего оставалась на ночь. После нейтрализации поташом и фракционирования были получены: I фракция с т. кип. до 125° (8,5—9,0 мм) 4,0 г; n_D^{20} 1,5057; II фракция с т. кип. 125—130° (8,5—9,0 мм) 1,5 г; n_D^{20} 1,5048; III фракция с т. кип. 144—154,5° (8,5—9,0 мм) 8,0 г; n_D^{20} 1,4817; остаток фракционирования 3,0 г.

Фракции II и III соединялись вместе, обрабатывались металлическим натрием с целью удаления следов диэтилфенилсиланола и повторно фракционировались. При этом получалось 6 г вещества со следующими константами: т. кип. 120—123 (3 мм); n_D^{20} 1,4776; d_4^{20} 0,9377. Найдено MR 84,57; вычислено для $C_{16}H_{28}SiO_2$ MR 84,94.

Найдено %: С 68,74; 68,46; Н 9,74; 10,04; Si 9,94; 10,26
 $C_{16}H_{28}SiO_2$. Вычислено %: С 68,52; Н 10,06; Si 10,00

Полученное вещество являлось бутилдиэтилфенилсиланацетатом. Выход его составлял 54,5% от теоретического, считая на диэтилфенилсиланол. Бутилдиэтилфенилсиланацетат представлял собой подвижную бесцветную жидкость с устойчивым запахом, хорошо растворимую в эфире, ацетоне, хлорированных растворителях и нерастворимую в воде. С металлическим натрием бутилдиэтилфенилсиланацетат реагировал лишь при долгом стоянии или при нагревании.

Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского
 Академии наук СССР

Поступило
 15 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. Ф. Шостаковский, И. А. Шихиев, Д. А. Кочкин, Изв. АН СССР, ОХН, в. 5, 941 (1953). ² М. Ф. Шостаковский, И. А. Шихеев, Д. А. Кочкин, К. А. Андрианов, ДАН, 93, № 4, 681 (1953). ³ F. S. Kipping, J. E. Hackford, J. Chem. Soc., 99, 138 (1911).

* Описание свойств диэтилфенилсиланола Киппингом (³) как неустойчивого соединения, конденсирующегося уже при стоянии в течение нескольких часов, ошибочно.

Э. И. АДІРОВИЧ

О КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ И ТЕОРИИ РЕЗОНАНСА

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 15 XII 1953)

1. Сторонники теории резонанса Паулинг⁽¹⁾, Уэланд⁽²⁾ и др. представляют ее обычно как непосредственное следствие квантовой механики. На Всесоюзном совещании⁽³⁾ и в ряде статей^{((4-10) и др.)} отмечалось, что резонансно-мезомерная теория — не следствие, но извращение квантовой механики. Некоторые авторы, однако, приняли на веру утверждения Паулинга, Уэланда и др. и в своей критике теории резонанса отождествляют ее либо с основными представлениями квантовой механики, либо с ее расчетными методами (см., например, статьи М. И. Батуева⁽¹¹⁻¹³⁾). Подобные высказывания объективно способствуют приданию теории резонанса незаслуженного ею авторитета научности. С другой стороны, связывая воедино квантовую механику и ошибочную теорию резонанса, они необоснованно ставят под сомнение самую возможность применения квантовой механики в химии.

Настоящая заметка имеет целью показать на конкретном примере, что теория резонанса-мезомерии ни прямо ни косвенно не следует из основ или методов квантовой механики, а напротив, коренным образом противоречит ей.

2. Обратимся к простейшей задаче атомной физики — рассмотрению основного состояния атома водорода. Как известно^(14, 15), квантовая механика дает в этом случае точное решение волнового уравнения

$$\psi_{\text{точн}} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}a} e^{-r/a}, \quad E_0 = -\frac{me^4}{2\hbar^2} = -13,55 \text{ эв}, \quad (1)$$

причем волновая функция $\psi_{\text{точн}}$ показывает, что наиболее вероятным местонахождением электрона в основном состоянии атома Н является сфера радиуса $a = \hbar^2/me^2 = 0,529 \cdot 10^{-8}$ см.

Квантовая механика раскрывает также причину такого строения атома водорода. Эта причина заключается в квантовых свойствах электрона, не допускающих возможности одновременных значений r и p вне рамок соотношения $\overline{p^2 r^2} \geq \hbar^2$ (при $\overline{p} = 0$; $\overline{r} = 0$)^(14, 15).

Если бы поведение электрона определялось законами классической механики, то его полная энергия $E = p^2/2m - e^2/r$ равнялась бы $-e^2/2r$ ⁽¹⁶⁾ и минимум энергии осуществлялся бы при $r = 0$, т. е. при падении электрона на ядро. Но, согласно законам квантовой механики, средняя кинетическая энергия электрона ($K \approx \hbar^2/2mr^2$) при $r < a$ увеличивается при сближении его с протоном быстрее, чем уменьшается средняя потенциальная энергия ($U \approx -e^2/\overline{r}$). Вследствие этого приближение электрона к протону на расстоянии, меньшие a , приводит к возрастанию полной энергии атома. Напротив, при $r > a$ основную роль играет потенциальная энергия и E растет с увеличением r . Устойчивое состояние при $r = a$ обусловлено соответствующим этому расстоянию минимумом полной энергии.

3. Проведем теперь расчет той же задачи методом, типичным для квантовой химии. Этот метод состоит в представлении волновой функции рассматриваемой системы в виде суммы определенных образом выбранных известных функций, содержащей варьируемые параметры. Последние определяются из условия минимума полной энергии системы: $\delta \int \psi^* H \psi d\tau = 0$. Различие так называемых методов электронных пар, молекулярных орбит и др. непринципиально, так как заключается в различном выборе членов варьируемых сумм при сохранении одинаковой методики расчета.

Теория резонанса-мезомерии трактует состояние $\psi = \sum \psi_i$ как мезомерное состояние, возникающее в результате резонанса предельных структур ψ_i . Тот результат, что энергия системы в состоянии ψ меньше энергий, рассчитанных при помощи функций ψ_i , теория резонанса-мезомерии интерпретирует как следствие резонанса этих фиктивных предельных структур, приводящего к появлению некоторой «энергии резонанса», стабилизирующей систему. В случае атома водорода мы имеем возможность сравнить результаты вариационного расчета и их типичную для теории резонанса трактовку с приведенным выше точным квантово-механическим рассмотрением задачи.

Будем искать волновую функцию ψ в виде *

$$\psi = \frac{B}{r} \left(\sin \frac{\pi r}{b} + C \sin \frac{2\pi r}{b} \right) \text{ при } r \leq b; \quad \psi = 0 \text{ при } r > b, \quad (2)$$

где b и C — вариационные параметры, а $B = \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} \frac{1}{\sqrt{1+C^2}}$ определяет- ся из условия нормировки. Согласно (2)

$$E = \int \psi \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e^2}{r} \right) \psi d\tau = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 C + \alpha_3 C^2}{1 + C^2}, \quad (3)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mb^2} - \frac{2e^2}{b} \lambda_1; \quad \alpha_2 = -\frac{4e^2}{b} \lambda_2; \quad \alpha_3 = \frac{4\hbar^2 \pi^2}{2mb^2} - \frac{2e^2}{b} \lambda_3.$$

$$\text{Постоянные } \lambda_1 = \int_0^\pi \frac{\sin^2 x}{x} dx = 1,21; \quad \lambda_2 = \int_0^\pi \frac{\sin x \sin 2x}{x} dx = 0,58 \quad \text{и}$$

$$\lambda_3 = \int_0^\pi \frac{\sin^2 2x}{x} dx = 1,54 \quad \text{определены численным интегрированием.}$$

Из $\partial E / \partial C = 0$ находим $C = \mp \sqrt{\left(\frac{29,58 - 1,32\beta}{4,64\beta} \right)^2 + 1} - \frac{29,58 - 1,32\beta}{4,64\beta}$, где $\beta = b/a$, причем из выражения (3) следует, что минимуму E соответствует положительный корень уравнения, так как $\alpha_2 < 0$. Из $\partial E / \partial b = 0$ находим, что

$$C = \mp \sqrt{\left(\frac{0,58\beta}{19,72 - 1,54\beta} \right)^2 - \frac{4,93 - 1,12\beta}{19,72 - 1,54\beta}} + \frac{0,58}{19,72 - 1,54\beta}.$$

Приравнявая значения C , полученные из $\partial E / \partial C = 0$ и $\partial E / \partial b = 0$, и исследуя корни получаемого таким образом уравнения для β , находим, что минимуму E соответствует $\beta = 4,04$, т. е. $b = 4,04a$. Соответственно, $C = 0,34$. При этих значениях b и C энергия $E = -10,58$ эв,

* Справа от b формула (2) определяет ψ в открытом, а не в замкнутом промежутке ($r > b$, а не $r \geq b$). При этом функция ψ всюду удовлетворяет необходимым требованиям непрерывности и непрерывной дифференцируемости, в чем легко убедиться, рассматривая $\psi(r)$ как, $\lim_{q \rightarrow \infty} f(r)$, где $f(r) = \frac{B}{r} (\sin kr + C \sin 2kr)$ при $r \leq b$;

$$f(r) = \frac{B'}{r} [e^{-\sqrt{q^2 - k^2}(r-b)} + C e^{-\sqrt{q^2 - 4k^2}(r-b)}] \text{ при } r \geq b.$$

$r_0 = 1,47a$, а распределение плотности электронного облака* $u^2 = 4\pi r^2 \psi^2$ изображено на рис. 1. Мы видим, что энергия основного состояния атома Н, определенная вариационным методом при помощи функции (2), составляет 78% от ее истинного значения (1), а приближенная волновая функция (2) грубо аппроксимирует точную волновую функцию (1).

Если в поисках приближенного решения задачи мы ограничимся одним членом $\psi_1 = \frac{\text{const}}{r} \sin \frac{\pi r}{b}$, то получим $E = -8,22$ эв и $r_0 = 2,02a$.

При этом, как видно из рис. 1, ψ_1 аппроксимирует $\psi_{\text{точн}}$ хуже, чем двучленная функция ψ , соответствующая (2). При сохранении трехкратных, четырехкратных и т. д. синусов в (2) волновая функция и энергия, определяемые вариационным методом, все ближе будут соответствовать точному решению задачи, так как при безграничном увеличении числа членов $b \rightarrow \infty$ и выражение (2) переходит в разложение $u_{\text{точн}} = 2\sqrt{\pi} r \psi_{\text{точн}}$ в интеграл Фурье (17). Мы видим, что вариационный метод позволяет с какой угодно точностью решить поставленную задачу.

4. Рассмотрим теперь с позиции теории резонанса-мезомерии полученное выше вариационное решение задачи об атоме водорода. Мы должны будем тогда сказать, что основное состояние атома Н представляет собой мезомерное состояние, возникающее в результате суперпозиции двух фиктивных** «структур»

$$\psi_1 = \begin{cases} \frac{\text{const}}{r} \sin \frac{\pi r}{b} & \text{при } r \leq b; \\ 0 & \text{при } r > b; \end{cases} \quad \psi_2 = \begin{cases} \frac{\text{const}}{r} \sin \frac{2\pi r}{b} & \text{при } r \leq b; \\ 0 & \text{при } r > b, \end{cases} \quad (4)$$

причиной устойчивости атома Н является резонанс этих фиктивных «структур», приводящий к появлению стабилизирующей атом «энергии резонанса» $\Delta E = 10,58 - 8,22 = 2,36$ эв.

Таким образом, достаточно применить теорию резонанса к одной из простейших атомных задач, чтобы убедиться в полной фантастичности утверждений о том, что эта теория якобы следует из квантовой механики и представляет собой квантовую механику молекул. Стандартное объяснение явлений и состояний электронным резонансом, так же как и типичная для теории резонанса-мезомерии «многоструктурность», появляются в задаче простейшем атоме, так же как в задаче о сложной молекуле.

Имея возможность в данном случае

сравнить его с приведенным выше объяснением, непосредственно следующим из квантовой механики, мы видим, что между ними нет ничего общего. Вместо раскрытия истинных причин теория резонанса выдвигает фиктивные, препятствуя тем самым пониманию явлений микромира.

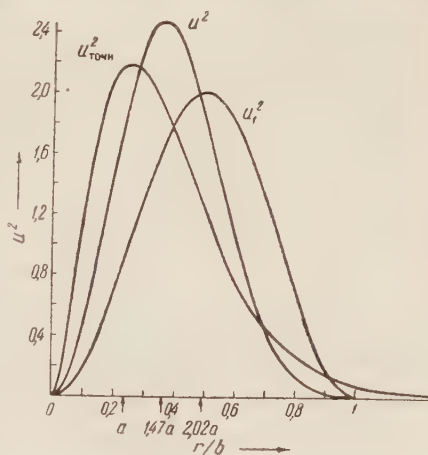


Рис. 1

* $eu^2 dr$ равно заряду электронного облака, заключенному в сферическом слое с радиусом r до $r + dr$.

** Волновые функции ψ_1 и ψ_2 описывают стационарные состояния электрона в прямоугольной потенциальной яме радиуса b с бесконечно высокими стенками. В поле протона такие состояния неосуществимы, точно так же как неосуществимы в молекуле предельные структуры теории резонанса, волновые функции которых не являются ни точными, ни приближенными решениями волнового уравнения для молекулы при истинных межатомных расстояниях в ней (10).

Проведенное рассмотрение иллюстрирует также полную необходимость отождествления теории резонанса с вариационным расчетным методом. Этот метод представляет собой способ нахождения приближенного решения задачи о стационарных состояниях атомных и молекулярных систем. Представление ψ в виде $\sum_k c_k \psi_k$ имеет смысл

обычного разложения функции в строку, когда решением является вся строка в целом, а отнюдь не каждый отдельный ее член. Тот факт, что энергия системы в состоянии ψ оказывается меньшей, чем при формальном подсчете ее для каждого из слагаемых ψ_i , представляет собой очевидное следствие вариационного расчета, ибо коэффициенты этой суммы найдены из условия минимума E . Ничего специфически квантовомеханического в этом последнем результате нет. Аналогично можно было бы, например, рассчитать в классической оптике задачу о траектории света в среде с переменным показателем преломления, основываясь на вариационном принципе Ферма⁽¹⁸⁾. Если провести ось абсцисс через начальную точку A и конечную точку B светового луча и искать траекторию $y = f(x)$ в виде строки

$$f(x) = \sum_{n=1}^N c_n \sin \frac{n\pi x}{b}, \text{ где } b \text{ — расстояние } AB, \text{ то, начиная от опреде-}$$

ленного N , чем больше членов мы возьмем в этой сумме, тем точнее будет аппроксимация точного решения и тем меньше будет рассчитанное по Ферма время распространения света от A до B^* .

Утверждать, что в молекулах происходит уменьшение энергии вследствие резонанса «предельных структур», имеет не больше смысла, чем утверждать, что в оптике происходит уменьшение времени распространения света из A в B вследствие резонанса «предельных траекторий».

На примере задачи об атоме водорода видно, что представление теории резонанса-мезомерии отнюдь не специфичны для сложных молекул, а возникают в полном объеме при неправильной трактовке вариационного расчета любой микросистемы. Они не имеют ничего общего с квантовой механикой.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
29 VII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. Паулинг, Природа химической связи, 1947, § 3. ² Дж. Уэланд, Теория резонанса и ее применение в органической химии, 1948, стр. 16. ³ Состояние теории химического строения в органической химии, Стенограф. отчет Всесоюз. совещ. 11—14 VI 1951 г., Изд. АН СССР, 1952. ⁴ Н. Д. Соколов, Усп. хим., 18, 697 (1949). ⁵ В. М. Татевский, М. И. Шахпаронов, Вопросы философии, № 3, 176 (1949). ⁶ В. М. Татевский, ЖФХ, 24, 597 (1950). ⁷ А. Н. Теренин, Стенограф. отчет Всесоюз. совещ. 11—14 VI 1951 г., Изд. АН СССР, 1952, стр. 31. ⁸ В. К. Семенченко, там же, стр. 132. ⁹ М. И. Шахпаронов, там же, стр. 184. ¹⁰ Э. И. Адирович, там же, стр. 246. ¹¹ М. И. Батуев, Вопросы философии, № 2, 78 (1951). ¹² М. И. Батуев, Стенограф. отчет Всесоюз. совещ. 11—14 VI 1951 г., Изд. АН СССР, 1952, стр. 205. ¹³ М. И. Батуев, ЖФХ, № 11 (1952). ¹⁴ Д. И. Блохинцев, Основы квантовой механики, 1949, § 50, § 15. ¹⁵ Э. В. Шпольский, Атомная физика, 1, 1951, §§ 139—142; 2, 1951, § 183. ¹⁶ Л. Ландау, Л. Пятагорский, Механика, 1940, § 14. ¹⁷ И. И. Привалов, Ряды Фурье, 1934, § 21. ¹⁸ К. Шефер, Оптика, 1938, § 93.

* В пределе при $N \rightarrow \infty$ получается точное решение, соответствующее минимуму времени распространения света.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С. М. СКУРАТОВ, В. В. ВОЕВОДСКИЙ, А. А. СТРЕПИХЕЕВ,
Е. Н. КАНАРСКАЯ и Р. С. МУРОВА

**КАТАЛИЗ РЕАКЦИИ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ ϵ -КАПРОЛАКТАМА
КИСЛОТАМИ**

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 30 XII 1953)

В настоящем сообщении излагаются результаты изучения кинетики реакции полимеризации ϵ -капролактама при добавлении к нему, помимо активатора воды, кислотных катализаторов: масляной и фосфорной кислот в различных концентрациях*.

Образцы: капролактама очищались двукратной перегонкой при пониженном давлении в токе азота и высушивались до постоянного веса; вода и добавляемые в качестве катализатора кислоты предварительно тщательно очищались.

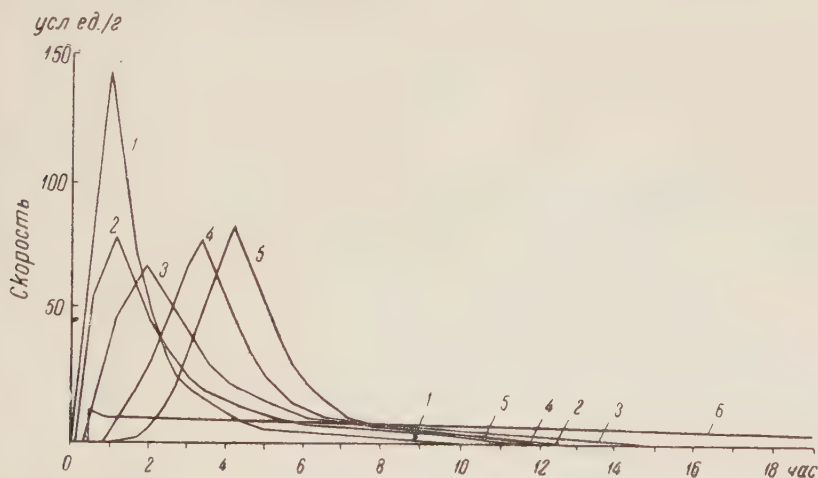


Рис. 1.* Кинетика полимеризации ϵ -капролактама. 1—5 — с 1,0 вес. % воды и различным количеством масляной кислоты: 1—1,56 вес. % (231,5°); 2—3,16 вес. % (210,0°); 3—1,56 вес. % (210,0°); 4—0,1 вес. % (231,5°); 5—0% (231,5°); 6—без воды, 4,43 вес. % масляной кислоты (231,5°)

Результаты измерений. На рис. 1 и 2 даны кинетические кривые полимеризации ϵ -капролактама с добавлением 1,0 вес. % активатора воды и масляной и фосфорной кислот в различных концентрациях. На обоих рисунках для сравнения нанесены кривые полимеризации ϵ -капролактама с добавлением 1 вес. % воды, но без добавления кислот (кривые 5 на рис. 1 и 2). В табл. 1 приведены числовые данные.

* Методика работы и результаты исследования кинетики полимеризации капролактама в присутствии воды опубликованы ранее (1-3).

Рассмотрение опытных данных приводит к следующим заключениям.

1) В отсутствие воды, даже при добавлении кислоты в значительных концентрациях (см. рис. 1, 6), реакция протекает крайне медленно.

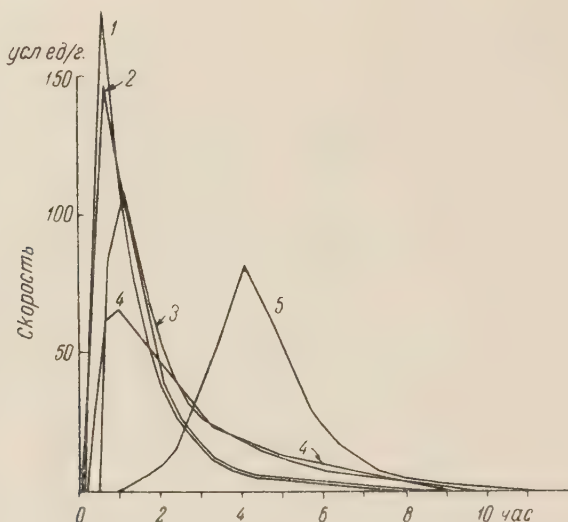


Рис. 2. Кинетика полимеризации ϵ -капролактама с 1,0 вес. % воды и различным количеством фосфорной кислоты: 1—0,51 вес. % (231,5°); 2—0,27 вес. % (231,5°); 3—0,12 вес. % (231,5°); 4—0,51 вес. % (210,0°); 5—0% (231,5°)

2) Присутствие кислоты при одновременном наличии воды уменьшает период индукции и общую длительность реакции.

3) Максимальная скорость реакции в присутствии кислоты резко увеличивается и достигается при глубинах превращения 25—30% (в отличие от 42% в реакциях без кислоты).

Таблица 1

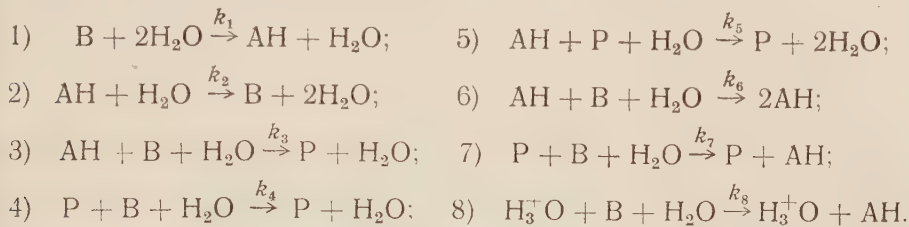
Вода, вес. %	Масляная кислота, вес. %	Фосфорная кислота, вес. %	Т-ра, в° С	Индукционный период, мин.	Время достижения максим. скорости	Максим. скорость, усл. ед./г.*	% полимеризации в максимуме	Продолжительность реакции
0	4,43	—	231,5	24	30 м.	13	Наблюдение велось 20 час. Реакция не закончена	
0,93	0,1	—	231,5	40	3 ч. 20 м.	77	42,6	11 ч.
1,01	1,56	—	231,5	0	1 00	143	25,7	10
1,01	1,56	—	210,0	24	1 55	66	28,4	13
1,01	3,16	—	210,0	4	1 08	78	25,5	15
1,01	—	0,12	231,5	10	1 04	120	28,7	9
1,08	—	0,27	231,5	10	40 м.	149	22,7	9
1,02	—	0,51	231,5	0	32	181	25,0	6 ч. 30 м.
1,01	—	0,51	210,0	10	1 ч. 04 м.	68	27,0	10 ч.

* 1 усл. ед. равна скорости $1,13 \cdot 10^{-8}$ моль/сек.

Исходя из того, что в отсутствие воды кислоты не катализируют этой реакции, естественно предположить, что катализ кислотой обусловлен в данном случае действием на процесс гидролиза лактама иона гидроксония, образующегося при диссоциации кислоты по уравнению

нению: $\text{AcH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{Ac}^- + \text{H}_3^+\text{O}$, где AcH — молекула, а Ac^- — анион кислоты.

Учитывая этот процесс, принятую нами ранее схему реакции полимеризации ϵ -капролактама (3) можно для случая одновременного наличия воды и кислоты записать так*:



Проводя кинетический анализ этой схемы и учитывая ранее принятые допущения (3), имеем:

$$(\text{AH}) = \frac{k_7 (\text{P}) (\text{B}) + k_8 (\text{H}_3^+\text{O}) (\text{B})}{k_2}.$$

Основываясь на том, что присутствие кислоты оказывает на реакцию полимеризации ϵ -капролактама сильное каталитическое действие, можно положить, что $k_8 (\text{H}_3^+\text{O}) (\text{B}) \gg k_7 (\text{P}) (\text{B})$.

Тогда

$$-\frac{d(\text{P})}{d(\text{B})} = \frac{k_3 \cdot k_8 (\text{H}_3^+\text{O}) (\text{B})}{k_2 k_4 (\text{P})}. \quad (1)$$

Уравнение (1) приводит к уравнению для скорости реакции вида:

$$w = -\frac{d(\text{B})}{dt} = \sqrt{\frac{k_4 k_3 k_8}{k_2}} (\text{H}_3^+\text{O})^{1/2} (\text{H}_2\text{O}) (\text{B}) \sqrt{(\text{B}_0)^2 - (\text{B})^2}. \quad (2)$$

Обозначая $\sqrt{\frac{k_4 k_3 k_8}{k_2}} = A_k$ и считая, исходя из общих представлений об ионном равновесии, (H_3^+O) пропорциональной $\sqrt{(\text{AcH})}$, получим:

$$w = -\frac{d(\text{B})}{dt} = A'_k \sqrt{(\text{AcH})} (\text{B}) \sqrt{(\text{B}_0)^2 - (\text{B})^2}, \quad (3)$$

где $A'_k = A_k (\text{H}_2\text{O})^{5/4}$.

Таблица 2

Т-ра в °С	Вода, вес. %	Кислота	Концентрация кислоты c , вес. %	Максим. скорость реакции w	Отношение концентрации кислоты c_1/c_2	$\sqrt[4]{\frac{c_1}{c_2}}$	Отношение максим. скоростей w_1/w
210,0	1,0	Маслян.	1) 3,16 2) 1,56	78 66	2,02	1,19	1,18
231,5	1,0	»	1) 1,56 2) 0,1	143 77	15,6	1,99	1,86
231,5	1,0	Фосфорн.	1) 0,51 2) 0,27	181 149	1,90	1,17	1,21
231,5	1,0	»	1) 0,51 2) 0,12	181 120	4,25	1,43	1,50
231,5	1,0	»	1) 0,27 2) 0,12	149 120	2,25	1,23	1,24

* Принятые в схеме обозначения: В — молекула капролактама; АН — молекула ω -аминокапроновой кислоты; Р — молекула полимера при любом числе звеньев, большем, чем 2.

Из уравнения (3) вытекают два следствия:

1) В присутствии кислоты максимум скорости реакции полимеризации капролактама должен наблюдаться при 30% превращения исходного лактама. Этот вывод, как видно из табл. 1, близко соответствует опытным данным.

2) Максимальная скорость реакции при прочих равных условиях должна быть пропорциональна корню четвертой степени из концентрации кислоты. Соответствие этого вывода опытным данным видно из табл. 2.

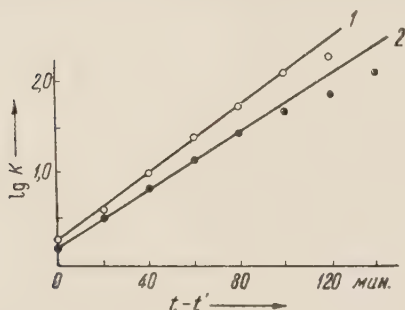


Рис. 3. 1 — ϵ -капролактam + 1,0 вес. % воды + 1,56 вес. % масляной кислоты ($T = 231,5^\circ$; $a = 0,97$, $t' = 20$ мин.); 2 — ϵ -капролактam + 1,0 вес. % воды + 0,1 вес. % масляной кислоты ($T = 231,5^\circ$; $a = 0,96$, $t' = 100$ мин.)

Наконец, проинтегрировав уравнение (3) в пределах от (B_1) до (B) и от t' до t , где $(B_1) = a(B_0)$, причем a близко к 1, а t' — время, когда $(B) = (B_1)$, можно получить уравнение, из которого следует, что опытные данные, будучи отложены в координатах

$$\lg \frac{1 + \sqrt{1 - (B)^3 / (B_0)^2}}{1 - \sqrt{1 - (B)^3 / (B_0)^2}}, \quad (t - t'),$$

должны укладываться на прямую линию.

На рис. 3 приведены два примера соответствия между этим выводом и опытными данными. Как видно из рисунка, опытные данные хорошо ложатся на прямую до глубины превращения $\approx 70\%$.

Таким образом, можно заключить, что принятая нами схема реакции вполне удовлетворительно описывает каталитическое действие кислот на процесс полимеризации ϵ -капролактама.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Всесоюзный научно-исследовательский
институт искусственного волокна
Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
21 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. М. Скуратов, А. А. Стрепихеев, Е. Н. Канарская, Колл. журн., 14, в. 3, 185 (1952). ² С. М. Скуратов, А. А. Стрепихеев и др., ДАН, 86, № 6, 1155 (1952). ³ С. М. Скуратов, В. В. Воеводский и др., ДАН, 95, № 3 (1954).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ф. Ф. ЧЕШКО и Н. Ш. ТАВАДЗЕ

МЕЖМОЛЕКУЛЯРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В БИНАРНОЙ СИСТЕМЕ БЕНЗОЛ — НИТРОБЕНЗОЛ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкиным 19 I 1954)

Бензольное кольцо является основным регулятором действия важнейших органических веществ. Окраска, канцерогенность, химиотерапия зависят от состояния бензольного кольца в соединении.

Бензольное кольцо замечательно своей изменчивостью.

В бензольном кольце π -электроны принадлежат в равной мере шести силовым ядерным центрам. Взаимодействие этих электронов очень интенсивно — они полностью делокализованы. Электронная система бензольного кольца металлоподобна (1). Делокализованные π -электроны могут играть роль электронов

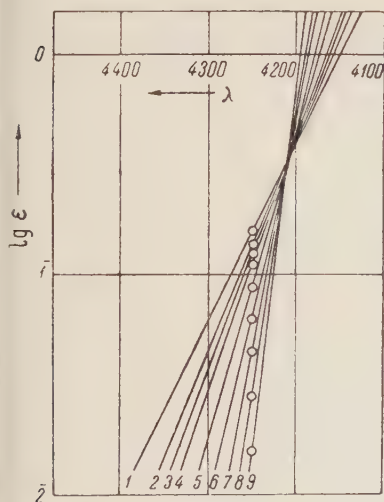


Рис. 1

Рис. 1. 1 — $C_6H_6NO_2$; 2 — $0,8M C_6H_5NO_2 + 0,2M C_6H_6$; 3 — $0,7M C_6H_5NO_2 + 0,3M C_6H_6$; 4 — $0,6M C_6H_5NO_2 + 0,4M C_6H_6$; 5 — $0,5M C_6H_5NO_2 + 0,5M C_6H_6$; 6 — $0,4M C_6H_5NO_2 + 0,6M C_6H_6$; 7 — $0,3M C_6H_5NO_2 + 0,7M C_6H_6$; 8 — $0,2M C_6H_5NO_2 + 0,8M C_6H_6$; 9 — $0,1M C_6H_5NO_2 + 0,9M C_6H_6$

Рис. 2. 1 — C_6H_6 ; 2 — $0,17M C_6H_6 + 0,03M C_6H_5NO_2$; 3 — $0,14M C_6H_6 + 0,06M C_6H_5NO_2$; 4 — $0,12M C_6H_6 + 0,08M C_6H_5NO_2$; 5 — $0,10M C_6H_6 + 0,10M C_6H_5NO_2$; 6 — $0,08M C_6H_6 + 0,12M C_6H_5NO_2$; 7 — $0,06M C_6H_6 + 0,14M C_6H_5NO_2$; 8 — $0,04M C_6H_6 + 0,16M C_6H_5NO_2$; 9 — $0,03M C_6H_6 + 0,17M C_6H_5NO_2$; 10 — $0,01M C_6H_6 + 0,19M C_6H_5NO_2$; 11 — $C_6H_5NO_2$

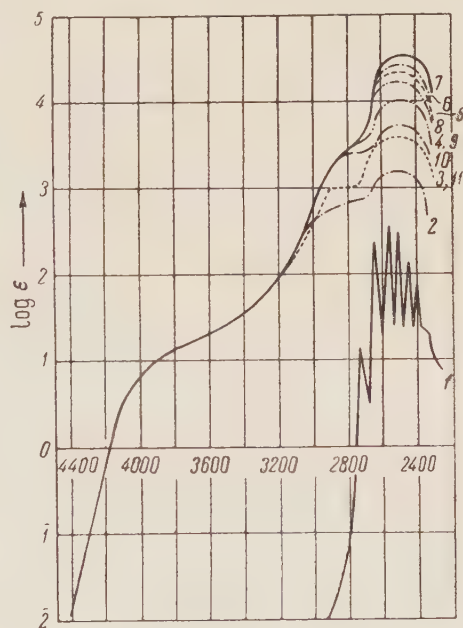


Рис. 2

проводимости. Диамагнитная восприимчивость бензола аномально велика в направлении, перпендикулярном к плоскости кольца ($-91 \cdot 10^6$,

$|| 37 \cdot 10^6$). Поляризуемость молекулы бензола в плоскости кольца ($123,1 \cdot 10^{-25}$) значительно больше, чем в перпендикулярном направлении ($63,5 \cdot 10^{-25}$). Бензольное кольцо может рассматриваться как сверхпроводник с замкнутым электронным током по его периметру ⁽²⁾. Порядок симметрии, значения межатомных расстояний и теплот разрыва связей, отсутствие дипольного момента подкрепляют этот вывод.

Хорошо изучена изменчивость бензольного кольца под влиянием функциональных групп, замещающих водородные атомы в молекуле бензола. Однако реакции замещения в молекуле бензола проходят обычно в жестких условиях, в которых резко и необратимо деформируются и электронная и ядерная системы бензольного кольца. Переходные состояния не наблюдаются. В молекуле бензола нет двойных связей; в молекулах его производных, как видно по спектрам комбинационного рассеивания, они есть.

В 1950 г. Холланд и Лефевр обнаружили, что бензол, растворенный в нитробензоле, проявляет дипольный момент от 1,2 до 2 D ⁽³⁾.

Мы подвергли исследованию бинарную систему бензол — нитробензол методом физико-химического анализа Курнакова. Была изучена зависимость спектров поглощения и показателя преломления системы от ее состава. По экспериментальным данным строились кривые состав — свойство.

Бензол был синтезирован и очищен в соответствии с его спектральной характеристикой ⁽⁴⁾. Нитробензол, синтезированный и перегнанный обычным способом, дважды переосаждался водой из раствора в концентрированной серной кислоте; хранился он в кварцевой склянке.

Смесь жидких бензола и нитробензола проявляет сплошное поглощение с четкой границей. Критерием его была выбрана интенсивность линии $\lambda 4250 \text{ \AA}$ (см. рис. 1). Кривая состав — $\lg \epsilon_{4250 \text{ \AA}}$ (см. рис. 3, 1) параболическа, не имеет особых точек.

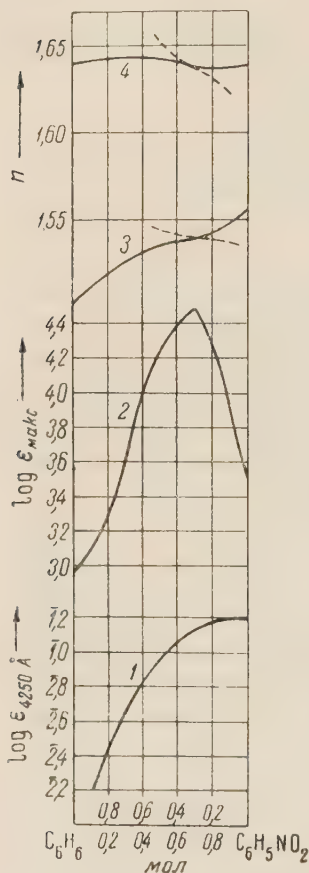


Рис. 3. $t = 16^\circ$

Чтобы обойти маскирующее влияние мощного светопоглощения нитробензола в конденсированной фазе, была проверена зависимость показателя преломления той же системы от состава. Показатель преломления измерялся рефрактометром Аббе. Кривая состав — показатель преломления (см. рис. 3, 3) имеет особую точку, в которой общий параболический ход кривой меняет знак. Этой точке перехода соответствует молярное отношение бензола и нитробензола 2 : 5.

Спектрографическое исследование системы бензол — нитробензол было повторено в условиях, близких к газообразным — в гексановом растворе. Исследование растворов дает представление о межмолекулярном взаимодействии, так как растворение вещества и его состояние в растворе обусловлено межмолекулярным взаимодействием.

Гексан очищался обычным для спектрографических целей способом. Суммарная концентрация составляла 0,2 мол/л. Поглощение избирательно. Критерием был принят максимум поглощения (см. рис. 2).

Кривая состав — $\lg \epsilon_{\text{max}}$ (см. рис. 3, 2) образует резкий пик в точке молярного отношения бензола и нитробензола 2 : 5. Вне пика изменение лишь слабо отклоняется от прямолинейности.

Было повторено и измерение показателя преломления системы бензол — нитробензол в гексановом растворе. Кривая состав — показатель преломления (рис. 3, 4) подобна кривой 3, от которой она отличается параллельностью координате состава. Ее особая точка отвечает тому же молярному отношению бензола и нитробензола 2 : 5. Изменение суммарной концентрации как одного из условий равновесия не изменяет положения особой точки относительно координаты состава.

Общий характер кривых свидетельствует об определенном межмолекулярном взаимодействии бензола и нитробензола, приводящем к постоянным стехиометрическим отношениям 2 : 5 между ними в растворах. Образование определенного комплекса $2C_6H_6 \cdot 5C_6H_5NO_2$ можно представить как поляризацию и ориентирование бензольных молекул в силовом поле дипольных молекул нитробензола с полной или частичной компенсацией дипольного момента. Ориентированными следует считать молекулы, образующие ось диполя с направлением силового молекулярного поля угол, близкий к нулю.

Наблюдения бензола в поляризующих растворителях дают возможность исследования обратимой изменчивости только электронной системы бензольного кольца под мягким воздействием среды — растворителя. Бензольная молекула, поляризуясь в растворе, переходит во вполне наблюдаемое состояние готовности к образованию ковалентной связи. Отделив растворитель и заменив его другим, можно целеустремленно изменять состояние бензольного кольца и регулировать оттенки его свойств.

Харьковский политехнический институт
им. В. И. Ленина

Поступило
20 X 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ P. Ehrenfest, Zs. f. Phys., **58**, 719 (1929). ² М. В. Волькенштейн, Проблемы физической оптики, 1951, стр. 119. ³ H. G. Holland, R. J. W. Le Fèvre, J. Chem. Soc., 2166 (1950). ⁴ Ф. Ф. Чешко, ЖФХ, **27**, 157 (1953).

З. С. ГЕРШЕНОВИЧ и А. А. КРИЧЕВСКАЯ

АММИАК И ГЛУТАМИН МОЗГА ПРИ ПОВЫШЕННОМ ДАВЛЕНИИ КИСЛОРОДА

(Представлено академиком А. Д. Сперанским 4 II 1954)

Работами советских физиологов (Прикладовицкий, Иванов и др.) установлено, что ведущим в симптомокомплексе кислородного отравления являются нарушения со стороны центральной нервной системы и в первую очередь коры головного мозга. Наиболее тяжелым видимым проявлением кислородного отравления являются судороги, наступающие у животного после некоторого периода беспокойства. Скорость наступления судорог и их продолжительность зависят от величины давления кислорода и индивидуальных особенностей животного. Судороги сменяются так называемым «терминальным» состоянием, после которого обычно животное погибает.

Беспокойное состояние и судороги связаны с возбуждением центральной нервной системы. Владимировой показано, что при возбуждении коры головного мозга количество аммиака в нем увеличивается. Свободный аммиак весьма ядовит и, как было впервые установлено Павловым и Ненцким, приводит к гибели животного. Аммиак в мозгу обезвреживается при взаимодействии с глутаминовой кислотой с образованием глутамина. Реакция эта эндергическая и протекает с использованием энергии аденозинтрифосфорной кислоты (¹², ¹³, ¹⁵).

Из мозга и печени животных выделена ферментативная система, катализирующая синтез глутамина из глутаминовой кислоты и аммиака. Фермент активируется цистеином и ионами магния и инактивируется фторидом. Общая схема этого синтеза представляется следующим образом:



Механизм использования энергии АТФ в этой реакции точно не установлен. Предполагают, что фосфатная группа АТФ и карбоксил глутаминовой кислоты образуют глутамилфосфат. Последний обменивает остаток фосфорной кислоты на аммиак с образованием глутамина и молекулы фосфорной кислоты.

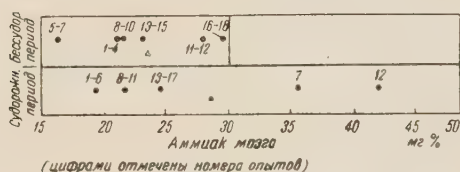
В предыдущих наших исследованиях показаны глубокие нарушения в течении химических процессов в мозгу при действии повышенного давления кислорода. Мы наблюдали постепенное, по мере развития кислородного отравления, падение тканевого дыхания мозга. В первую очередь при этом поражаются цианрезистентные дыхательные системы. Несмотря на торможение дыхания, уменьшается и интенсивность гликолиза. Нарушаются превращения аскорбиновой кислоты, адреналина, тиамина и некоторых фосфорных соединений. Естественно было предположить, что связывание и освобождение аммиака также извращается в результате общей дисфункции обменных процессов мозга.

Настоящее исследование предпринято с целью изучить динамику образования аммиака в мозгу на разных стадиях кислородного отравления и состояние механизмов, его связывающих.

Методика исследования. Опыты ставились на белых крысах весом в 250—350 г. Животных делили на две группы: одна служила контролем, другая подвергалась действию чистого кислорода при давлении 4 и 6 атм. в двух сериях опытов. Исследования проводились в конце предсудорожного и судорожного периодов.

Повышенное давление кислорода создавалось в специальной барокамере, передняя стенка которой была изготовлена из плексигласа, что позволяло наблюдать за состоянием животного в ходе опыта. Образующиеся в камере углекислота и водяные пары поглощались щелочным поглотителем. По окончании экспозиции животное извлекалось из барокамеры и обезглавливалось. Замороженный в жидком воздухе мозг растирался в ступке и определенная навеска его экстрагировалась 0,5 N HCl. В безбелковом центрифугате определялись аммиак, глутаминовая кислота и глутамин. Аммиак определялся микродиффузионным методом Конвея. Глутаминовую кислоту и глутамин определяли декарбоксилазным методом в аппарате Варбурга (метод Кребс в модификации Даусона⁽⁶⁾). Ферментативный препарат декарбоксилазы глутаминой кислоты получали из суточной культуры *Clostridium Welchii* SR 12 по методу Мардашева⁽⁸⁾. Глутамин определяли в пробе после декарбоксилирования по аммиаку, вытесненному из амидной группы.

Рис. 1. Аммиак мозга при действии 4 атм. кислорода



Результаты исследования. Пребывание животного в атмосфере повышенного давления кислорода приводит к накоплению аммиака в ткани головного мозга. На рис. 1 приведены величины содержания аммиака в мозгу в «бессудорожный» и «судорожный» периоды кислородной интоксикации при действии 4 атм. кислорода.

При действии кислорода под давлением в 4 атм. судороги наступают обычно через 135 мин. от начала воздействия кислорода. В течение первых 2 час., после короткого периода возбуждения, длящегося около 10—20 мин., животные спокойно сидят в камере. Состояние их при этом можно назвать дремотным. Уже в этом «бессудорожном» периоде количество аммиака в мозгу сильно возрастает. Дальнейшее увеличение аммиака зарегистрировано нами лишь в отдельных случаях судорожного периода (опыты №№ 7 и 12).

Накопление аммиака в мозгу, как следует из наших опытов, не является единственной причиной судорожных приступов. Из рис. 1 видно, что лишь в двух случаях у животных, исследованных в состоянии тяжелых судорожных припадков, содержание аммиака превышает его количество в бессудорожном периоде. Все же во всех случаях, независимо от состояния животного, количество аммиака во много раз превышает величины, установленные для нормы. Отсутствие прямой связи между концентрацией аммиака в мозгу и судорогами особенно хорошо подтверждается серией опытов, в которых кислород применялся при давлении в 6 атм. Как известно, при этом давлении уже через 15—20 мин. наступают почти непрерывные судорожные приступы, заканчивающиеся через 30—40 мин. терминальным состоянием. Прекращение воздействия кислородного давления не прекращает приступов судорог. Сильные тонические и клонические судороги иногда продолжаются и после извлечения животного из камеры.

Однако, несмотря на тяжелое состояние животных, концентрация ам-

миака в мозгу у них в разгар тяжелого судорожного состояния несколько ниже, чем у «бессудорожных» при давлении кислорода в 4 атм. (среднее 15,8 мг%). И лишь в терминальном, т. е. тяжелом агональном, состоянии отмечается в среднем 24,9 мг% аммиака в мозгу. Аммиак в мозгу образуется, главным образом, при дезаминировании адениловой кислоты⁽¹³⁾ и дезаминировании глутамин^(9, 15). В мозгу исследованных нами крыс в норме содержится от 44,2 до 152 мг% глутамин

Длительное воздействие повышенного давления кислорода (4 атм.) приводит к полному исчезновению глутамин из ткани головного мозга (см. рис. 2). Исчезновение глутамин предшествует наступлению судоро-

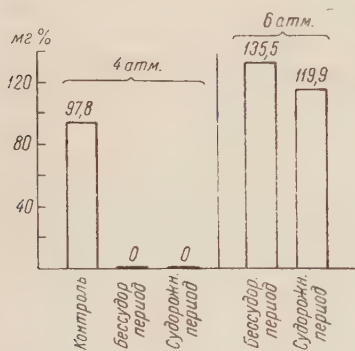


Рис. 2. Глутамин мозга при повышенном давлении кислорода

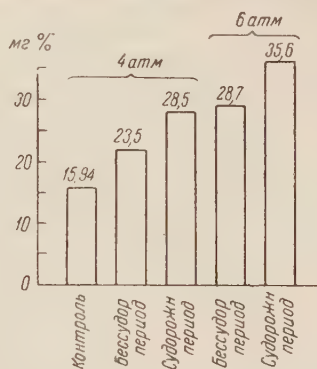


Рис. 3. Общий аммиак мозга при повышенном давлении кислорода

рог. Быстрое развитие кислородной интоксикации при давлении в 6 атм. сверх ожидания не приводит к исчезновению глутамин. Концентрация его в этой серии опытов даже превышает средние величины у контрольных животных.

Глутамин можно рассматривать как источник связанного аммиака. При больших различиях в содержании свободного аммиака в норме и при действии кислорода изменения в количестве общего аммиака (амидный азот глутамин + азот свободного аммиака) менее выражены. В норме количество свободного аммиака весьма невелико. Многие авторы⁽¹³⁾ и др.) полагают, что свободный аммиак, обнаруженный в норме, является артефактом. При действии 4 атм. кислорода весь аммиак находится в свободном состоянии (см. рис. 3).

Исследования содержания аммиака в мозгу при судорогах, вызванных электротоком и применением вызывающих судороги лекарственных препаратов⁽¹¹⁾ и др.), показали, что в мозгу и в спинно-мозговой жидкости появляется много свободного аммиака. Единственным источником его авторы считают глутамин. Наши исследования не позволяют распространить это положение на кислородные судороги. Мы обнаружили полное исчезновение глутамин и много свободного аммиака в бессудорожный период и, наоборот, при быстро развивающейся интоксикации с сильными судорожными приступами в мозгу не отмечено дезаминирования всего глутамин; в этом состоянии обнаружен как свободный аммиак, так и аммиак, связанный в виде глутамин.

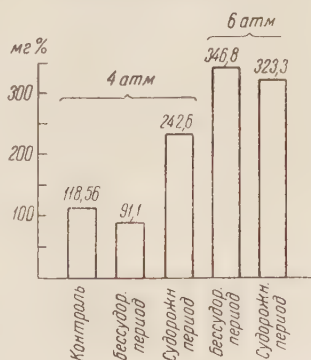


Рис. 4. Глутаминовая кислота мозга при повышенном давлении кислорода

Из рис. 3 видно, что глутамин не является единственным источником аммиака. Чем выше исходное давление кислорода, тем больше свободного аммиака. В настоящее время мы затрудняемся охарактеризовать его происхождение. Возможное увеличение содержания аммиака вследствие дезаминирования адениловой кислоты вызывает у нас сомнения. З. Г. Брновицкая в нашей лаборатории при тяжелой форме кислородной интоксикации не только не нашла уменьшения количества АТФ в мозгу, а обнаружила даже некоторое увеличение ее. Последнее не совместимо с представлением о дезаминировании АДФ.

Динамика содержания глутаминовой кислоты в мозгу при различных давлениях кислорода также оказалась заслуживающей внимания (см. рис. 4). С увеличением глубины поражения возрастает и количество свободной глутаминовой кислоты в мозгу. Особенно велико ее содержание при терминальном состоянии после воздействия 6 атм. кислорода. В предсудорожном периоде при 4 атм. содержание ее приближается к норме, либо даже несколько ниже нормы. В последующем судорожном периоде количество ее резко возрастает.

В процессе химической динамики мозга глутаминовая кислота занимает особое положение (⁽¹⁴⁾ и др.). Мобилизацию глутаминовой кислоты можно рассматривать как явление компенсаторное. Нашими предыдущими исследованиями (⁽⁴⁾) установлена активация тканевого дыхания мозга и смягчение общих явлений интоксикации после предварительного введения животным глутаминовой кислоты. Вопрос о том, возникает ли глутаминовая кислота непосредственно в мозгу, приносится ли она кровью, или она не используется в результате потери активности специфической оксидазы, будет предметом наших дальнейших исследований.

Биологический институт
при Ростовском государственном университете
им. В. М. Молотова

Поступило
12 XI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ З. Г. Брновицкая, Тез. докл. на научн. сессии, посвящ. 104-летней годовщине со дня рождения И. П. Павлова. Ростов н/Д., 1953. ² J. Björkstén, *Biochem. Zs.*, **225**, 1 (1930). ³ З. С. Гершеневич, А. А. Кричевская, *Укр. биохим. журн.*, **22**, 336 (1950). ⁴ З. С. Гершеневич, А. А. Кричевская, *Биохимия*, **17**, 684 (1952). ⁵ С. М. Дионисов, В. Д. Кравчинский и др., *Физиол. журн. СССР*, **17**, 1104 (1934). ⁶ B. Dawson, *Biochem. J.*, **47**, 363 (1950). ⁷ F. Dickens, *J. Biol. Chem.*, **40**, 145 (1946). ⁸ С. Р. Мардашев, Р. Н. Этингоф, *Биохимия*, **13**, 469 (1948). ⁹ A. Meister, S. Tice, *J. Biol. Chem.*, **187**, 173 (1950). ¹⁰ И. П. Павлов, *Полное собр. соч.*, **2**, 1951. ¹¹ D. Richter, J. Crossland, B. Dawson, *Abstracts Commun. Intern. Congr. Biochem.*, 1949, p. 181. ¹² J. Speck, *J. Biol. Chem.*, **168**, 403 (1947). ¹³ Д. Л. Фердман, *Усп. биол. химии*, **1** (1950). ¹⁴ H. Weil-Malherb, *Biochem. Soc. Symposia*, No. 8, 16 (1951). ¹⁵ W. Elliot, *Nature*, **161**, No. 4082, 128 (1948).

В. Б. ЕВСТИГНЕЕВ и В. А. ГАВРИЛОВА

О ПЕРВИЧНОЙ СТАДИИ ФОТОВОССТАНОВЛЕНИЯ ХЛОРОФИЛЛА

(Представлено академиком А. Н. Терениным 22 I 1954)

В предыдущем сообщении (¹) был приведен экспериментальный материал, дающий основание к предположению, что при фотовосстановлении пиридиновых растворов хлорофилла и родственных ему соединений, обнаруженном в работах А. А. Красновского (²⁻⁴), сначала появляется первичная, весьма лабильная восстановленная форма хлорофилла, влияющая на потенциал инертного металлического электрода, а появление красной восстановленной формы с максимумом поглощения при 525 м μ является уже вторичным темновым процессом. С целью проверки правильности подобного предположения был проведен ряд опытов, результаты которых излагаются в данном сообщении.

Для того чтобы окончательно убедиться, что понижение потенциала платинового или золотого электрода, опущенного в пиридиновый раствор пигмента, содержащий восстановитель, при освещении и обратное повышение его в темноте не является результатом только фотопроцессов, идущих на фазовой границе электрод — среда, а зависит от образования электродно-активной восстановленной формы пигмента во всей толще раствора, был проведен следующий опыт: в электродный сосуд, подобный описанному в предыдущем сообщении, но имеющий, кроме того, боковой электрод А (см. рис. 1, I), позволяющий путем поворота его на шлифе сливать в сосуд находящуюся в нем жидкость, наливался пиридиновый раствор феофитина (около $0,5 \cdot 10^{-4}$ мол/л), содержащий аскорбиновую кислоту (около $1,1 \cdot 10^{-2}$ мол/л). Феофитин в этом, так же как и в некоторых последующих опытах, брался вместо хлорофилла потому, что при отсутствии принципиального различия в способности к фотовосстановлению у этих пигментов скорость реакции с феофитином значительно больше (⁵), вследствие чего работа с ним приводит в ряде случаев к более резко выраженным результатам. После выкачивания воздуха при кипении раствора производилось измерение начальной разницы потенциалов, и затем раствор Б почти полностью перекачивался в А. В Б оставалось только очень небольшое количество раствора, достаточное для того, чтобы электрод находился в жидкости. Раствор А освещался красным светом (500-ваттная кинолампа на расстоянии 5 см через конденсор и светофильтр RG-2) 1 минуту и сейчас же после выключения света переливался в Б. Измерения разницы потенциалов показали, что потенциал платинового электрода сразу заметно понижался (на 50—75 мв в наших опытах) и при стоянии в темноте посте-

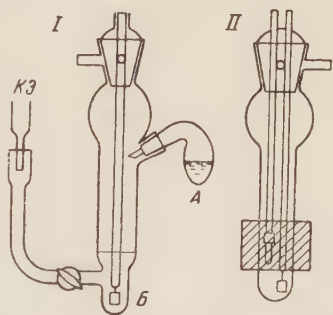


Рис. 1. Электродные сосуды.
КЭ — каломелевый электрод

пенно (3—5 мин.) повышался, т. е. наблюдалась точно такая же картина, как и при непосредственном освещении приэлектродного пространства.

Наличие двух стадий при фотохимическом восстановлении растворов хлорофилла было подтверждено нами опытами, проведенными при различных температурах. Освещение растворов производилось в прозрачном сосуде Дюара, наполненном охлаждающей смесью (твердая углекислота в ацетоне). На рис. 2 приведены полученные результаты. Рис. 2 А

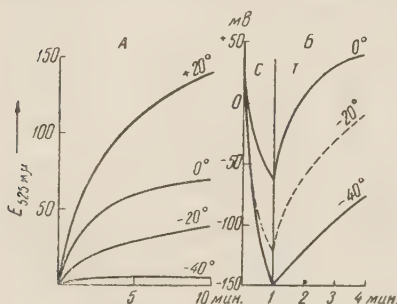


рис. 2. Влияние температуры: А — на скорость образования красной фото-восстановленной формы хлорофилла; Б — на изменение потенциала при освещении. С — свет, Т — темнота

дились, во-первых, с более слабыми растворами хлорофилла, чем те, которые дают максимальный эффект (¹), для того чтобы иметь возможность с теми же растворами проводить и спектральные измерения; во-вторых, из-за необходимости охлаждения применялся отличный от ранее описанного кварцевый электродный сосуд с двумя платиновыми электродами, из которых один помещался несколько выше и закрывался снаружи черной бумагой, а другой находился ниже и пространство около него освещалось (рис. 1, II). Таким образом, разница потенциалов в данном случае измерялась между электродами, из которых один помещался в освещаемый, а другой в неосвещаемый раствор. Вполне возможно, что в этом случае на уменьшении величины фотоизменения потенциала при повышении температуры сказывалось не только увеличение скорости темновой реакции, но в некоторой степени и диффузионные явления, но это только подчеркивает факт, что при низкой температуре потенциальные изменения происходят при более благоприятных условиях.

Результаты этого опыта показывают совершенно ясно, что при образовании электродно-активной восстановленной формы хлорофилла речь идет о непосредственном фотохимическом процессе, скорость которого не зависит от температуры, тогда как образование красной восстановленной формы является вторичным темновым процессом.

Подобный же вывод следует из результатов проведенных нами опытов с применением освещения малой интенсивности и опытов с использованием растворов, содержащих очень малые количества восстановителя — аскорбиновой кислоты или фенилгидразина. В обоих случаях условия можно считать неблагоприятными для прохождения фотохимической реакции восстановления, и следовало ожидать, что восстановленная форма пигмента, образующаяся в первую стадию реакции, после кратковременного освещения будет содержаться в относительно большем количестве по сравнению с вторичной красной формой, чем это имеет место при обычных условиях, т. е. при достаточно сильном освещении и относительно больших количествах восстановителя.

Действительно, опыт показал, что в случае слабого освещения изменения потенциала электрода были относительно (по отношению к максимально возможным в данных условиях) гораздо больше, чем спектраль-

ные изменения, характеризующие появление красной восстановленной формы.

В табл. 1 приводятся данные, полученные при использовании малых количеств восстановителя. Как следует из цифр, даже в случае применения очень малых количеств аскорбиновой кислоты или фенилгидразина изменение потенциала при освещении было весьма значительным, тогда как красная форма практически не образовывалась.

Однако, по нашему мнению, наиболее убедительно показывает наличие по крайней мере двух стадий при фотохимическом восстановлении хлорофилла и его аналогов следующий опыт. Если помещенный в вакуумную трубку и эвакуированный раствор хлорофилла или феофитина в пиридине (10^{-4} — 10^{-5} мол/л, содержащий аскорбиновую кислоту ($5 \cdot 10^{-2}$ — 10^{-1} мол/л), охладить до -40° , осветить в течение 15 сек. сильным красным светом, затем быстро вставить трубку в спектрофотометр и измерять поглощение в области 525 мμ, то можно заметить, что поглощение это почти сразу начи-

нает значительно увеличиваться. Для того чтобы не происходило запотевания трубки, имеющей температуру -40° , в каретке спектрофотометра Бекмана, трубка перед помещением в прибор опускалась на мгновение в слабый раствор глицерина в спирте, в результате чего она покрывалась тонким слоем, устранявшим обмерзание. Увеличение поглощения продолжается в течение 8—9 мин. и затем прекращается. Соответствующие опыты с таким же охлаждением, но без предварительного освещения раствора ничего подобного не обнаруживали.

На рис. 3 графически представлена картина, наблюдаемая в таких опытах с феофитином, с которым, как было уже указано, благодаря большей скорости его фотовосстановления наблюдаемые явления особенно хорошо выражены. Хлорофилл ведет себя точно таким же образом, но изменения абсолютных значений коэффициентов поглощения на свету и в темноте значительно меньше.

Результаты этого опыта могут быть объяснены, повидимому, только тем, что при низкой температуре в результате освещения образуется первичная фотовосстановленная форма пигмента, которая не может в этих условиях перейти в красную форму с максимумом 525 мμ, а также не может быстро превратиться обратно в первоначальный пигмент (наши опыты показали, что обратный ход потенциала в темноте замедляется при понижении температуры) и вследствие этого накапливается в некотором количестве. При стоянии в спектрофотометре, когда температура раствора постепенно поднимается, скорость образова-

Таблица 1

Изменение потенциала платинового электрода и поглощения при 525 мμ в присутствии малых количеств восстановителя при освещении раствора хлорофилла *a*+*b* в пиридине

Восстановитель	мг на 5 мл раствора	Изменение потенциала при освещении*, мв	Поглощение в максимуме 525 мμ	
			до освещ.	после освещ.*
Без восстановителя	—	— 1	49	49
Аскорбиновая кислота	0,1	—168	62	63
Фенилгидразин	0,01	— 78	39	41

* Освещение лампой 110 в, 500 вт при накале 80 в, через конденсор, светофильтр RG-1; *t* = 20° .

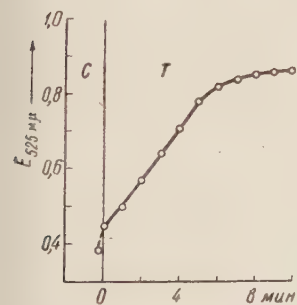


Рис. 3. Образование вторичной восстановленной формы феофитина из первичной, образовавшейся в результате освещения при -40°

ния вторичной формы увеличивается, что и обнаруживается по увеличению поглощения при 525 м μ и соответствующему изменению окраски раствора.

Подобный опыт проводился нами в различных вариантах, при различной интенсивности освещения, различных количествах восстановителя, и во всех случаях получалась качественно та же самая картина. Особенно сильное увеличение поглощения в темноте наблюдалось при значительных количествах восстановителя (до 100 мг аскорбиновой кислоты на 5 мл раствора).

Таким образом, в результате вышеописанных опытов, а также ряда других, заключающихся в сравнении хода изменения окислительно-восстановительного потенциала и изменения поглощения в различных условиях спектра фотовосстановленного раствора под влиянием различных факторов, можно считать определенно показанным, что фотовосстановление хлорофилла и его аналогов в присутствии органических оснований (в частности, в пиридиновом растворе), приводящее в случае хлорофилла к образованию красной восстановленной формы с максимумом поглощения 525 м μ , представляет собой процесс, проходящий не меньше, чем на две ступени, и включает в себя чисто фотохимическую и темновую стадии. В результате первой стадии образуется первичная весьма лабильная электронно-активная восстановленная форма хлорофилла, которая при нормальной температуре быстро переходит в результате темнового процесса во вторичную, обуславливающую красную окраску раствора.

Поскольку обратимое изменение потенциала при освещении наблюдается не только в пиридиновом растворе хлорофилла и восстановителя, но и в пиридиновых растворах хлорофилла в присутствии, кроме восстановителя, и других веществ, в частности некоторых акцепторов водорода, а также в растворах в некоторых других растворителях, т. е. в тех случаях, когда не удастся наблюдать появления красной формы, то мы вправе сделать вывод, что образование вышеуказанной лабильной электронно-активной фотовосстановленной формы пигмента является действительно первичной стадией фотовосстановления хлорофилла и его аналогов. В зависимости от условий среды, в которой происходит реакция, эта форма подвергается быстрым изменениям в том или другом направлении. Весьма вероятно, что именно эта форма и является «рабочей» формой при фотохимических реакциях восстановления, сенсibilизируемых хлорофиллом, и, возможно, при фотохимической стадии фотосинтеза в растениях.

Природа этой первичной фотовосстановленной формы хлорофилла остается пока неясной. Судя по ее свойствам, однако, вполне возможно, что образование ее связано с чисто электронными изменениями структуры молекулы хлорофилла, тогда как в образовании вторичных форм участвуют атомы или молекулы и, в частности, протон и молекулы растворителя.

В заключение выражаем благодарность акад. А. Н. Теренину и А. А. Красновскому за ценные указания и обсуждение работы.

Институт биохимии им. А. Н. Баха
Академии наук СССР

Поступило
19 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. Б. Евстигнеев, В. А. Гаврилова, ДАН, **92**, 381 (1953).
² А. А. Красновский, ДАН, **60**, 421 (1948). ³ А. А. Красновский, Г. П. Брин, К. К. Войновская, ДАН, **69**, 393 (1949). ⁴ А. А. Красновский, Г. П. Брин, ДАН, **73**, 1239 (1950). ⁵ В. Б. Евстигнеев, В. А. Гаврилова, ДАН, **74**, 781 (1950).

Т. Н. ИВАНОВА и Н. И. ПРАВДИНА

К ВОПРОСУ О МЕТОДАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ОБНОВЛЕНИЯ НУКЛЕИНОВЫХ КИСЛОТ В ТКАНИ МОЗГА

(Представлено академиком К. М. Быковым 28 I 1954)

Основные литературные данные по скорости обновления нуклеиновых кислот в тканях получены при использовании искусственного радиоактивного фосфора (P^{32}). Почти всеми исследователями фракционирование нуклеиновых кислот проводилось при этом по методу Шмидта и Тангаузера, в основу которого положено определение фосфорного компонента.

Однако в последние годы появились указания на то, что при определении нуклеиновых кислот по методу Шмидта и Тангаузера для ряда тканей, и в частности, для мозговой ткани ⁽¹⁾ получаются величины, значительно превышающие таковые, получаемые при определении нуклеиновых кислот методами, основанными как на определении углеводного компонента, так и на определении азотистых оснований.

Применяя радиоактивный фосфор для исследования скорости обновления того или иного соединения, обычно пользуются величиной так называемой удельной активности, определяемой как количество импульсов в 1 минуту, приходящееся на 1 мг фосфора исследуемой фракции. Для правильного вычисления этих величин необходимо выделение соответствующих веществ в чистом виде.

При определении нуклеиновых кислот по методу Шмидта и Тангаузера мы имеем дело не с чистыми фракциями, а со смесью различных фосфорсодержащих соединений, особенно в случае фракции рибонуклеиновой кислоты (РНК). Убедительные данные в этом отношении для ткани печени приводятся в работах Дэвидсона и сотр. ⁽²⁾. Они показали, что во фракции РНК, получаемой по методу Шмидта и Тангаузера из ткани печени, помимо РНК имеется еще 6 фосфорсодержащих примесей, удельные активности которых оказались значительно выше таковых, вычисленных для нуклеотидов, образующихся из РНК.

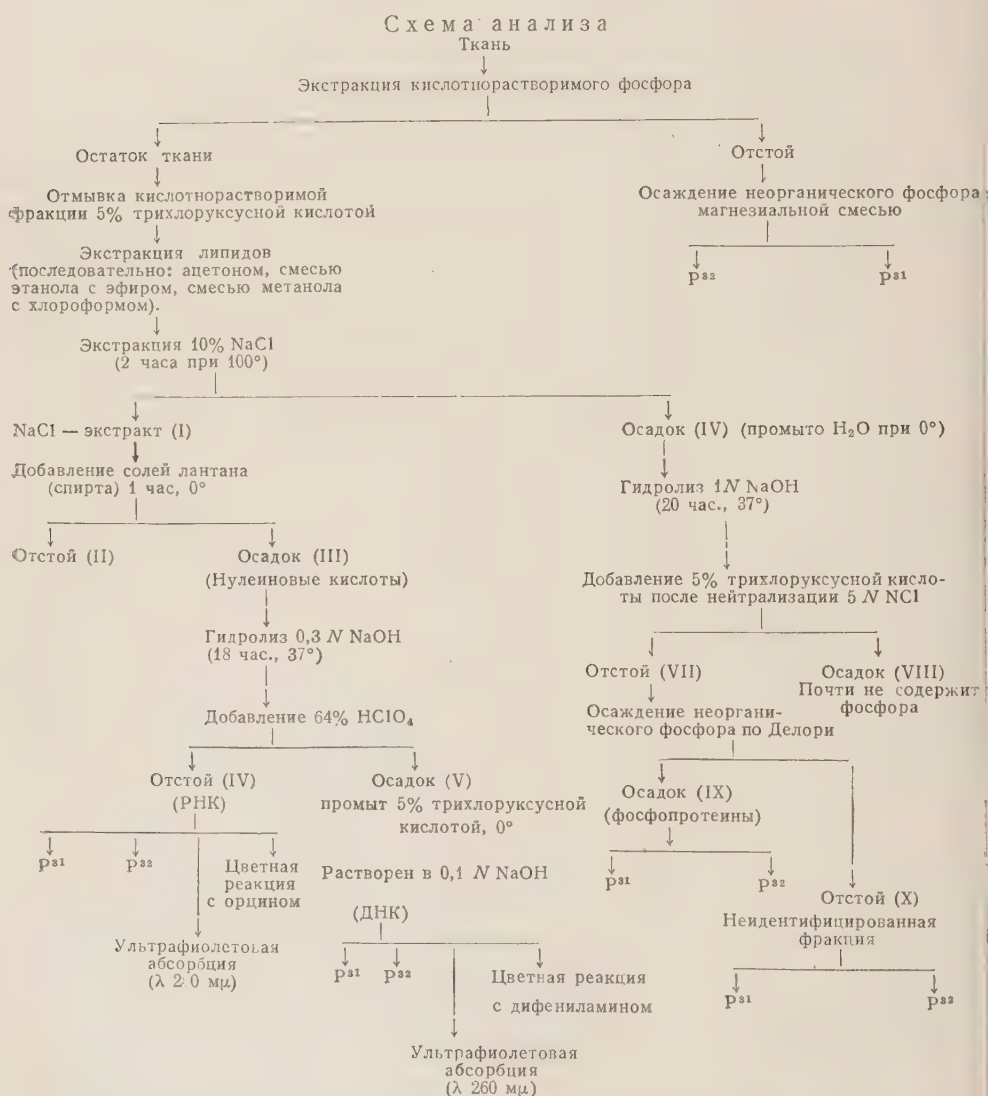
В связи с этим оказалось необходимым пересмотреть методику, применяемую для экстракции нуклеиновых кислот при определении скоростей их обновления в тканях с целью выяснения относительно простых путей выделения нуклеиновых кислот в чистом виде. При этом мы не ставили перед собой задачу количественного выделения нуклеиновых кислот из ткани мозга, так как для вычисления величин их удельных активностей этот момент не имеет существенного значения.

Экспериментальная часть

Пользуясь указаниями, имеющимися в работах ^(2, 3), мы разработали новый вариант анализа мозговой ткани, позволяющий определять истинные удельные активности фосфора, входящего в состав нуклеиновых кислот (см. схему).

Остаток гомогената ткани мозга, отмытый от следов кислотноразводимого и липоидного фосфора, экстрагировался в течение 2 час. двумя порциями (по 5 мл) 10% раствора хлористого натрия при 100°.

Остаток ткани после экстракции хлористым натрием (VI) фракционировался далее по методу Шмидта и Тангаузера с целью выяснения величин удельных активностей фосфопротеинов (IX) и неидентифицированных фосфорсодержащих соединений мозговой ткани (X), остающихся в белковом осадке после удаления основной массы нуклеиновых кислот. Из солевого экстракта (I) нуклеиновые кислоты могли быть высажены либо двойным объемом спирта ⁽²⁾, либо при помощи солей лантана ⁽³⁾. Как нами было показано, оба эти способа в отношении количеств нуклеиновых кислот дают однозначные результаты.



лоты (HClO_4) — осадок V. Рибонуклеиновая кислота при этом оставалась в растворе (отстой IV).

С целью установления чистоты получаемых данным методом фракций РНК и ДНК (фракции IV и V) количество нуклеиновых кислот определялось в них тремя различными методами: по фосфору, по цветной реакции (с орцином в случае РНК и с дифениламином в случае ДНК) и по поглощению в ультрафиолетовой части спектра (при $\lambda = 260 \text{ м}\mu$) при помощи спектрофотометра типа СФ-4. Результаты таких сравнительных анализов, приведенные

Таблица 1

Сравнительные данные определения нуклеиновых кислот, осаждаемых солью лантана из солевого экстракта ткани мозга (в $\mu\text{г}$ фосфора на 1 г сырого веса)

РНК (фракция IV)				ДНК (фракция V)			
№№ п/п.	рассчит. по фосфору	рассчит. по цветной реакции	рассчит. по поглощению света при λ 260 мμ	№№ п/п.	рассчит. по фосфору	рассчит. по цветной реакции	рассчит. по поглощению света при λ 260 мμ
1	121	115	130	1	49	—	55
2	125	126	137	1	46	—	51
3	120	115	125	3	44	—	45
4	120	112	132	4	42	—	44
5	90	85	93	5	41	37	45
6	95	95	100	6	41	37	45
7	83	77	88	7	30	32	35
8	88	88	93	8	35	34	37
9	100	88	109				
10	110	93	119				
11	120	105	131				
Средн.	107	100	114		41	—	44

что количество нуклеиновых кислот (в пересчете на 1 $\text{м}\mu$ фосфора), определяемое во фракциях IV и V тремя различными методами, составляет примерно одну и ту же величину. Это дает нам основание считать, что выделяемые по описанному выше методу фракции РНК (IV) и ДНК (V) не содержат в значительных количествах иного фосфора, кроме фосфора, принадлежащего нуклеиновым кислотам. Последнее имеет особое значение при определении истинных величин удельных активностей.

Несколько завышенные цифры количеств фосфора нуклеиновых кислот, рассчитанные по данным поглощения при длине волны 260 $\text{м}\mu$, следует, очевидно, объяснить присутствием в пробах незначительных количеств HClO_4 , так как согласно литературным указаниям ⁽⁴⁾ в присутствии HClO_4 поглощение света рибонуклеиновой кислотой в ультрафиолетовой части спектра может повышаться.

Изложенный метод фракционирования был использован нами в дальнейшем для определения удельных активностей отдельных фосфорных фракций белкового остатка мозговой ткани. В качестве примера в табл. 2 приведены данные опытов, в которых две равные навески мозговой ткани от одних и тех же животных (по одному полушарию от двух крыс в каждом определении) подвергались для сравнения параллельному фракционированию по общепринятому методу Шмидта и Тангаузера и по вновь разработанной схеме.

Как видно из табл. 2, удельная активность фосфора фракции IV в 3—4 раза ниже удельной активности фосфора рибонуклеиновой кислоты, определяемой при фракционировании ткани по методу Шмидта и Тангаузера.

Подобное же соотношение величин удельных активностей для РНК неоднократно наблюдалось и в дальнейшем при сравнении результатов, полученных на отдельных животных. Так, в 4-часовых опытах величины

относительной удельной активности для РНК, определяемой по методу Шмидта и Тангаузера, составляли 12,7 (среднее из 5 опытов, колебания 10—14%), а для РНК, определяемой по модифицированному методу, всего 4,1% (среднее из 7 опытов, колебания 2,8—5,4%). В то же время

Таблица 2

Сравнение удельных активностей фосфорсодержащих фракций белкового остатка ткани мозга при обработке его по методу Шмидта и Тангаузера и по модифицированному методу (радиоактивный фосфор вводился в количестве 1 μ на 1 г веса животного)

Фракция	Время после введения P^{32} в час.	Уд. активность	Относит. уд. активность
Щелочной гидролизат по методу Ш. и Т.	2	6000	14
	24	8000	25
Фракция VI (гидролизат осадка)	2	9000	22
	24	13000	33
РНК по методу Ш. и Т. .	2	4000	10,4
	24	7400	22
Фракция IV (истинная РНК)	2	900	2,1
	24	3740	9,6
Фракция X (неидентифицированная фракция) . .	2	6500	16
	24	9880	25
ДНК по методу Ш. и Т. .	2	0	0
	24	800	2,5
Фракция V (истинная ДНК)	2	0	0
	24	300	0,78

относительная удельная активность фракции X определялась величиной 17,9% (среднее из 7 опытов, колебания 15—20%).

Таким образом, на основании рассмотрения приведенных данных можно сделать основной вывод, что истинная величина относительной удельной активности* РНК мозга, характеризующая собой скорость обновления данного соединения, значительно ниже соответствующих величин, получаемых при обработке ткани по методу Шмидта и Тангаузера. За 2 часа она составляет 2—3% вместо наблюдавшихся ранее 9—10%.

Несомненно, что определяемые в последнем случае высокие цифры относительной удельной активности РНК обусловлены значительным количеством высокоактивных примесей органически связанного фосфора. Основная масса этого быстро обменивающегося фосфора при анализе ткани по опи-

санной выше схеме переходит во фракцию X, фосфор которой составляет примерно 40—50% от всего фосфора, связанного с белковым остатком мозговой ткани. Основную массу его составляют неидентифицированные фосфорсодержащие органические соединения и лишь некоторая часть должна быть отнесена за счет фосфора остатков нуклеиновых кислот, так как двухкратная экстракция 10% раствором хлористого натрия не обеспечивает полного их удаления из белкового остатка ткани. Фракция V — истинная ДНК — показывает некоторую величину активности лишь в опытах, длящихся 24 часа с момента инъекции животному радиоактивного фосфора. Однако и в данном случае величина относительной удельной активности оказалась более низкой (0,78%), чем в случае обработки ткани по методу Шмидта и Тангаузера (2,5%).

Институт физиологии им. И. П. Павлова
Академии Наук СССР

Поступило
15 X 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. Л. Брик, Автореферат диссертации, Лен. гос. ун-в. им. А. А. Жданова, 1953.
² J. M. Davidson, R. M. S. Smellie, *Biochem. J.*, **52**, 594, 599 (1952).
³ E. Hammarsten, *Acta med. scandin.*, *Supplem* **196**, 634 (1947). ⁴ M. Ogur, G. Rosen, *Arch. Biochem.*, **250**, 262 (1950).

* Относит. уд. активность = $\frac{\text{уд. активность фосфора исследуемой фракции}}{\text{уд. активность неорганич. фосфора мозга}} \cdot 100$.

В. В. РАЧИНСКИЙ

**ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОХРОМАТОГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА
К ИЗУЧЕНИЮ ДИНАМИКИ СОРБЦИИ, ДВИЖЕНИЯ
И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОСФАТ-ИОНОВ В ПОЧВАХ**

(Представлено академиком С. И. Вольфовичем 3 I 1954)

До настоящего времени исследовалась, главным образом, статика сорбционных процессов в почвах ⁽¹⁾. Изучение сорбции веществ в почвах в динамических условиях было затруднено из-за отсутствия соответствующих экспериментальных методов. Применение хроматографии ^(2, 3) и предложенного Д. Д. Иваненко, Е. Н. Гапоном и нами нового метода радиохроматографии ⁽⁴⁻⁶⁾ в агрохимии и агропочвоведении открывает новые возможности в изучении как биологических, так и физико-химических процессов в почвах. Вопрос о применении хроматографического анализа в агропочвоведении был поставлен в 1948 г. Е. Н. Гапоном.

Уже в первых опытах ⁽⁴⁾ был четко установлен факт образования хроматограмм катионов в колонках почвенных минералов — каолините и монтмориллоните. Но наибольший интерес представляет, несомненно, изучение хроматографических процессов в почвах в естественных условиях. От характера распределения веществ в почве зависит доступность их для питания растений. Поэтому исследование динамики веществ в почвах имеет важное теоретическое значение для дальнейшего развития учения о плодородии почв ⁽⁷⁾ и большое практическое значение в связи с широким внедрением в социалистическое сельское хозяйство передовой агротехники и орошения.

Е. Н. Гапоном и Е. С. Жупахиной ⁽²⁾ на основе теоретического анализа экспериментальных данных различных авторов показано, что распределение обменных катионов по профилю почв представляет естественную хроматограмму. Анализ почвенных хроматограмм позволяет установить ряд новых факторов, определяющих генезис различных почв.

Данное сообщение имеет целью изложить проведенные автором в 1948 г. опыты по применению радиохроматографического метода к изучению динамики сорбции, движения и распределения фосфат-ионов в различных почвах. Эта работа находится в прямой связи с работами по применению радиохроматографического метода к изучению динамики ионного обмена ⁽⁴⁻⁶⁾.

Постановка опытов заключалась в следующем. Для опытов были взяты образцы различных почв. В стеклянные трубки длиной 25 см и диаметром 5 мм насыпались воздушно-сухие почвы, имеющие структуру небольших комочков диаметром 1—2 мм. Высота колонки почвы во всех опытах равна 20 см. Во все колонки вводилась одна и та же доза раствора NaH_2PO_4 — 1 мл раствора, содержащий 20 мг P_2O_5 . В качестве радиоактивного индикатора использовался изотоп фосфора P^{32} .

Просачивание раствора через почву происходило под действием сил тяжести и капиллярных сил. После того как введенный в колонку раствор меченого фосфата полностью впитался в почву, исследовалось первичное распределение фосфат-ионов в колонке. Затем почва промывалась последовательно порциями по 1 мл дистиллированной водой. Распределение фосфат-ионов на различных стадиях промывания также изучалось счетчиком.

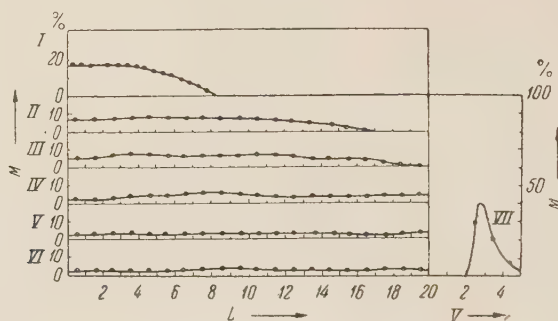


Рис. 1. Движение и распределение фосфат-ионов в колонке ³²P подзолистой почвы (Лесной дачи ТСХА). I — первичное распределение; II, III, IV, V, VI — распределение в процессе промывания почвы водой; VII — распределение в фильтратах

В опыте с красноземом было проведено вытеснение адсорбированных фосфат-ионов раствором 1N NaOH, так как водой фосфат не мог бы быть вымыт из почвы. Изучалось также распределение меченых фосфат-ионов в последовательно собираемых порциях фильтратов.

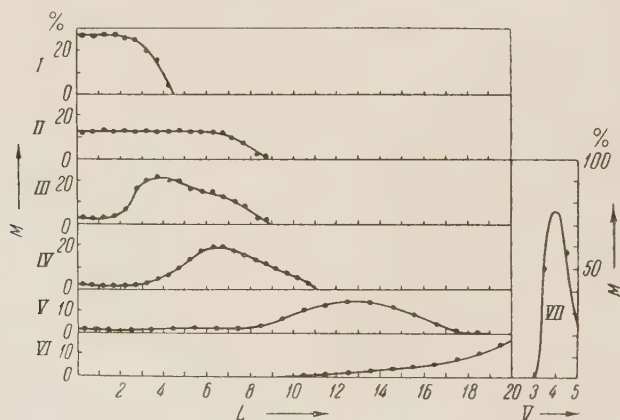


Рис. 2. Движение и распределение фосфат-ионов в колонке краснозема (Чаквинского). I — первичное распределение; II — распределение после промывания колонки 6 мл воды; III, IV, V, VI — распределение фосфат-ионов в процессе вытеснения их 1N NaOH; VII — распределение в фильтратах

Опыт с каждой почвой проводился в двух параллельных вариантах. Воспроизводимость результатов была удовлетворительной. Техника измерений была такой же, как и в ранее описанных опытах (6).

Во всех колонках, кроме краснозема, процесс промывания не удалось провести до конца, так как уже после промывания 5 мл воды радиоактивность 1-сантиметровых участков колонки становилась очень низкой.

а просачивание раствора очень медленным, что является следствием разрушения комковатой структуры и диспергирования почвы.

При той, довольно высокой, концентрации фосфат-ионов, которая была нами взята для опытов, не было обнаружено существенной разницы в поведении фосфат-ионов в колонках чернозема (сумского), подзола (орехово-зுவевского и Лесной дачи ТСХА), серозема (аккавакского) и желтозема (володаровского). В колонках этих почв фосфат-ионы по мере промывания колонок примерно равномерно распределялись по профилю почвы. Результаты одного из опытов с этими почвами показаны на рис. 1.

Совершенно другая картина наблюдалась нами в опытах с красноземом (чаквинским) (см. рис. 2). Фосфат-ионы прочно адсорбировались в верхней части колонки и не могли быть вымыты водой, но легко вытеснялись раствором щелочи. Результаты опыта с красноземом воспроизводят картину динамики обменной адсорбции фосфат-ионов на анионообменной окиси алюминия (⁴, ⁶).

В связи с тем, что краснозем богат полуторными окислами (Al_2O_3 , Fe_2O_3), этот результат нельзя считать неожиданным. Сходство картины динамики в адсорбции и десорбции фосфат-ионов в колонках краснозема и колонке анионообменной окиси алюминия позволяет предположить, что для почв, богатых полуторными окислами, адсорбция фосфат-ионов, возможно, имеет обменный характер.

Принимая во внимание простоту методики исследования, сравнительно малую затрату времени и труда на получение данных о ходе движения и распределения меченых веществ в почвах, можно ожидать, что радиохроматографический метод окажется полезным для различных агрохимических исследований.

Московская сельскохозяйственная академия
им. К. А. Тимирязева

Поступило
16 VI 1951

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. И. Горбунов, Поглощительная способность почв и ее природа, М., 1948.
² Е. Н. Гапон, Т. Б. Гапон, Усп. хим., **17**, 452 (1948); Е. С. Жупахина, Диссертация ТСХА, 1950. ³ Е. Н. Гапон, Т. Н. Черникова, Докл. ВАСХНИЛ, № 7, 26 (1948). ⁴ Д. Д. Иваненко, В. В. Рачинский, Т. Б. Гапон, Е. Н. Гапон, ДАН, **60**, 1189 (1948). ⁵ Е. Н. Гапон, В. В. Рачинский, Реф. докл. на совещ. по хроматографии 21—24 XI 1950 г., Изд. АН СССР, 1950.
⁶ Е. Н. Гапон, Д. Д. Иваненко, В. В. Рачинский, ДАН, **95**, № 3 (1954).
⁷ В. Р. Вильямс, Почвоведение, 1946.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

В. И. КЛАССЕН и член-корреспондент АН СССР И. Н. ПЛАКСИН

**К МЕХАНИЗМУ ДЕЙСТВИЯ АПОЛЯРНЫХ РЕАГЕНТОВ
ПРИ ФЛОТАЦИИ УГЛЕЙ**

Аполярные реагенты, широко применяемые в качестве собирателей при обогащениях каменных углей и различных руд, оказывают специфическое влияние на флотацию, значительно увеличивая верхний предел крупности флотируемых зерен. До сих пор причины такого действия аполярных реагентов установлены лишь в самом первом приближении. По существующим представлениям, эти реагенты образуют на достаточно гидрофобных минеральных поверхностях пленку, еще более повышающую гидрофобность этих поверхностей. Краевой угол смачивания возрастает и, в соответствии с уравнением Кабанова — Фрумкина (¹), минеральные зерна более устойчиво закрепляются на пузырьках воздуха.

Мы ранее предполагали (^{2, 3}), что отмеченное действие аполярных реагентов при флотации может быть связано также с образованием ими «нити» вдоль трехфазного контура прилипания; это явление в общем виде было описано Д. Л. Талмудом и С. Е. Бреслером (^{4, 5}). Результаты экспериментальных исследований, приведенные ниже, подтвердили это предположение.

Нами было исследовано взаимодействие керосина и декалина с зернами каменных углей. Реагенты окрашивались в красный цвет аполярным красителем и эмульгировались в воде механическим перемешиванием*. В эмульсию помещались зерна каменного угля средней стадии углефикации и в бинокулярный микроскоп наблюдалось поведение реагента. Опытами установлено следующее.

1. Капельки эмульсии — как керосина, так и декалина, закрепляясь в водной среде на угле, не растекаются по его поверхности и не образуют таким путем видимой пленки. При тонком эмульгировании реагентов и достаточно длительном контакте эмульсии с угольными зернами на поверхности последних образуются скопления мельчайших капелек эмульсий реагентов. Отметим, что такое поведение аполярных реагентов предполагалось и ранее (³).

2. Аполярные реагенты (декалин, керосин и др.) легко образуют в воде устойчивые тонкодисперсные эмульсии. Очевидно, что примененные в опытах реагенты содержат примеси поверхностно-активных веществ-эмульгаторов в количествах, достаточных для придания высокой устойчивости концентрированным эмульсиям. В частности, тонкие эмульсии керосина очень медленно образуют видимую пленку на поверхности воды.

3. Если зерна угля всплывают на поверхность воды, в которой эмульгирован аполярный реагент, то по трехфазному периметру смачивания мгновенно образуется каемка аполярного реагента (см. рис. 2). Эта каемка более интенсивно окрашена вблизи поверхности зерен; такая неравно-

* В экспериментальной работе участвовала Л. Ф. Вартамян.

мерность окраски сохраняется достаточно долго. Сквозь каемку видны капельки эмульсии реагента в воде на поверхности угля.

4. Если на поверхность воды всплывает группа сближенных зерен угля, то участки поверхности воды между ними затянуты пленкой керосина; окраска этой пленки более интенсивна вблизи трехфазного контакта.

Эти наблюдения показывают, что образование сплошной пленки аполярного реагента при флотации углей имеет место, в основном, вдоль периметра смачивания (см. рис. 1 а). Пленка, повидимому отнюдь не образует круглой «нити», по мере удаления

от поверхности постепенно утоньшается. Уменьшение интенсивности окраски может скорее всего явиться следствием именно такого утоньшения пленки и не может быть связано ни с диффузией краски к поверхности угля (изменение цвета возникает в момент образования пленки и достаточно устойчиво во времени), ни с образованием мениска воды вблизи зерна угля (в горизонтальный микроскоп видно, что размеры такого мениска и участков пленки с разной интенсивностью окраски не совпадают).

Указанные наблюдения, очевидно, справедливы для случаев закрепления зерен на плоской и на изогнутой границах раздела вода — воздух. Следовательно, в случае прилипания угольных зерен к пузырькам воздуха при пенной флотации вокруг площади прилипания образуется пленка реагента. При прилипании

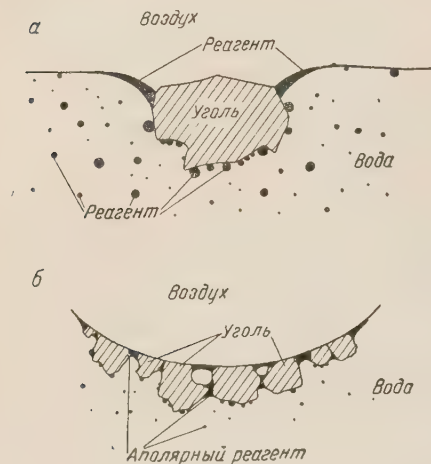


Рис. 1. а — схема закрепления зерна угля на поверхности раздела вода — воздух при участии аполярного реагента; б — схема прилипания группы угольных зерен к пузырьку воздуха в присутствии аполярного реагента

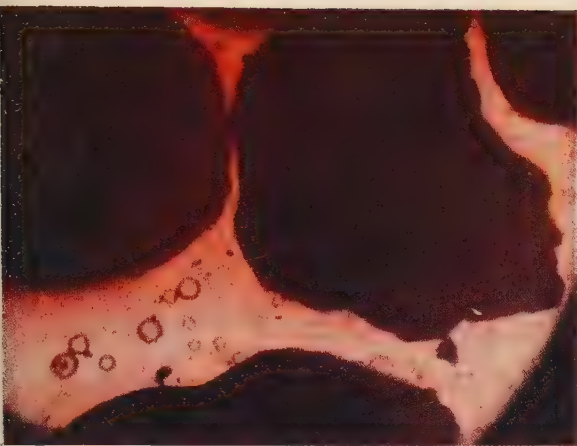
нескольких зерен эта пленка заполняет поверхность пузырька между ними (см. рис. 1 б).

Специфичность поведения капелек аполярных реагентов на границе раздела трех фаз, выражающаяся в мгновенном образовании ими нити вдоль периметра смачивания, была подвергнута теоретическому анализу Л. Э. Гуревичем ⁽⁵⁾. Из этого анализа, в частности, следует, что вытягивание капли всегда должно происходить в том случае, если реагент не растекается полностью по поверхностям, ограничивающим линию трехфазного контакта. В принципе линейное вытягивание капли имеет место при любых значениях угла, образованного этими поверхностями. Но при острых углах (т. е. в случаях более слабого прилипания зерен в пузырькам) вытягивание капелек происходит лучше.

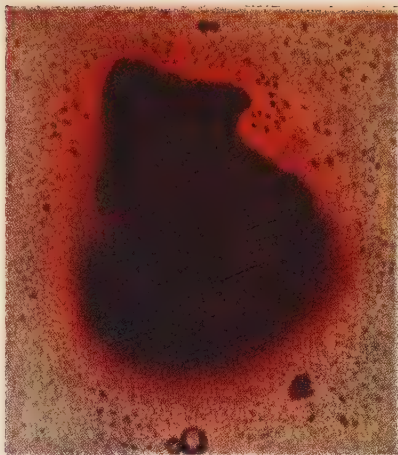
В литературе указывалось, что при флотации крупных зерен решающую роль играет прочность закрепления зерна на пузырьке ⁽²⁾; именно последняя определяет возможность и вероятность флотации крупных зерен. При увеличении величины зерен прочность их прилипания возрастает пропорционально первой степени линейных размеров зерен, отрывающие же силы — пропорционально пятой степени этих размеров.

Наличие пленки аполярного реагента вдоль трехфазного периметра контакта значительно повышает прочность прилипания зерна к пузырьку. Это может быть связано с образованием большего краевого угла смачивания аполярным реагентом с минеральной поверхностью в зоне трехфазного контакта. Возможно также, что известную роль играет увеличение эластичности поверхности пузырька и гистерезиса смачивания.

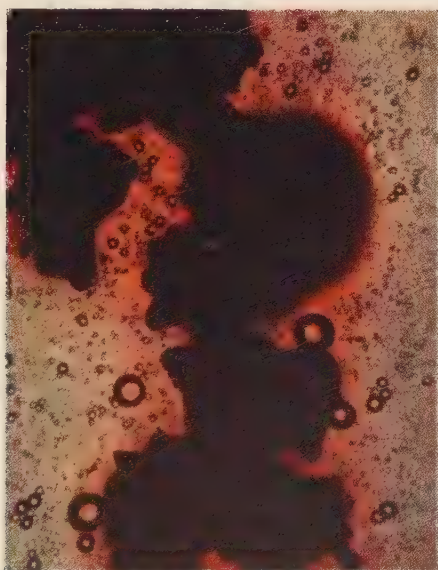
Флокулирующее действие аполярных реагентов приводит к образова



a



б



в

Рис. 2. Микрофотографии зерен угля, закрепившихся на поверхности воды, после контакта с эмульсией аполярного реагента (окрашенного в красный цвет).
a, в — $\times 500$; *б* — $\times 300$

нию на поверхности пузырька устойчивой корки, состоящей из отдельных зерен угля. Такая «флокулярная» флотация также способствует извлечению в пену более крупных зерен.

Наблюдения по влиянию аполярных реагентов на флотацию самых различных минералов — самородной серы, молибденита, гидроборацита, фосфатов и др. — позволяют считать, что описанный механизм действия этих реагентов имеет достаточно общий характер.

Поступило
30 XII 1953 1

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Б. Кабанов, А. Фрумкин, ЖФХ, 4, в. 5 (1933). ² В. И. Классен, В. А. Мокроусов, Введение в теорию флотации, 1953. ³ В. И. Классен, Элементы теории флотации каменных углей, 1953. ⁴ Д. Талмуд, ЖФХ, 2, в. 5 (1931). ⁵ Д. Л. Талмуд, С. Е. Бреслер, Поверхностные явления, 1934.

В. И. ГОНЬШАКОВА

**О ПРОЯВЛЕНИИ ТРАППОВОГО ВУЛКАНИЗМА
В ПОСЛЕНИЖНЕЮРСКОЕ ВРЕМЯ
НА СИБИРСКОЙ ПЛАТФОРМЕ**

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 25 I 1954)

За последние годы рядом исследователей Сибирской платформы высказывается предположение о возможности проявления траппового вулканизма на Сибирской платформе в юрское (послеюрское) время. Однако в литературе описывается лишь один случай, свидетельствующий о внедрении траппов в отложения юры ⁽¹⁾.

Произведенные нами детальные исследования отдельных обнажений в верхнем течении р. Н. Тунгуски (район устьев рр. Верхней Кривой и Гирендау, правобережье ручья Горевого) с вскрытием непосредственных контактов нижнеюрских пород с траппами дали убедительный материал, свидетельствующий о проявлении траппового вулканизма на Сибирской платформе в посленижнеюрское время. Так например, в 100 м ниже устья р. Верхней Кривой, на правом берегу р. Н. Тунгуски, обнажаются два дайка диабаз с видимой мощностью около 20 м, между которыми зажат небольшой участок флористически охарактеризованных нижнеюрских пород*. Последние представлены переслаивающимися песчаниками, обычно разрушенными почти в песок, и тонкоплитчатыми глинистыми сланцами зеленовато-серого цвета.

Вскрытие контакта данных пород с траппами показало, что песчаники и сланцы в непосредственном контакте чрезвычайно сильно ожелезнены и вследствие этого окрашены в интенсивный ржаво-бурый цвет. Мощность сильного ожелезнения исчисляется всего несколькими сантиметрами. В 10—15 см от контакта с диабазами глинистые сланцы приобретают очень плотное строение и зеленовато-бурую окраску. Плотный характер пород выдерживается на расстоянии 0,5 м, а далее появляются тонкоплитчатое строение и желтовато-зеленая окраска, присущая нормальным разностям. В 1,5 м от контакта с диабазами песчаники и сланцы приобретают свойственный им вид. Таким образом, зона экзоконтактового изменения чрезвычайно мала и исчисляется всего 1,5 м.

Диабазы в непосредственном контакте с песчано-сланцевой толщей также сильно ожелезнены, вследствие чего приобретают интенсивную бурю окраску.

Структура диабазов в зоне 50—60 см от контакта с юрскими породами характеризуется чрезвычайно тонкозернистым строением, характерным для порфиринов, слагающих андоконтактовые оторочки интрузивных тел диабазов. Кроме того, по приближении к контакту с юрскими породами, наблюдаемая в диабазах параллелепipedальная отдельность сменяется

* Определения Е. С. Рассказовой.

прекрасно выраженной шаровой отдельностью, при этом размер шаров в 50 см в диаметре резко уменьшается в непосредственном контакте с песчаниками до 5—7 см в диаметре.

В 1,5 км ниже устья р. Гирендау (левый берег р. Н. Тунгуски) нами во втором случае был вскрыт интрузивный горячий контакт юрских песчаников с диабазовыми порфиритами. Макроскопически данные песчаники представляют светлосеровато-желтые среднезернистые породы, содержащие прослои конгломератов. Юрский возраст их принимается на основании внешнего сходства с флористически охарактеризованными юрскими (J^{1+2}) песчаниками Рудинского бора, а также на основании того, что описываемый выход занимает промежуточное местоположение между выходами юрских отложений Рудинского бора и района устья р. Верхней Кривой.

Диабазовые порфириты контактируют с песчаниками в направлении $20^\circ \rightarrow СЗ \angle 45^\circ$, причем песчаники лежат под диабазовыми порфиритами. В непосредственном контакте с последними песчаники приобретают чрезвычайно неоднородную окраску и из светлосеровато-желтых становятся пятнистыми зеленовато-бурыми вследствие сильного ожелезнения. Кроме того, песчаники секутся маломощным прожилком диабазового порфирита (мощность $\sim 5-7$ см), представляющим, очевидно, апофизу от главного интрузивного тела. Мощности всей зоны экзоконтактового изменения очень незначительна и не превышает 35—40 см.

Диабазовые порфириты в непосредственном контакте с песчаниками разрушены до остроугольной мелкой щебенки и настолько сильно ожелезнены, что из темнозеленовато-серых становятся бурыми. Мощности зоны эндоконтактового изменения исчисляется 1 м.

В районе ручья Горевого (пос. Орон на р. Б. Ереме) в двух случаях вскрыт контакт диабазов с песчано-конгломератовыми отложениями нижней юры*. В одном случае вскрыт контакт конгломератов с секущим телом диабаза, падающим в направлении $250-260^\circ СЗ$ под углом $25-30^\circ$, а во втором случае шурфом вскрыт маломощный пласт диабаза (мощностью в 45 см), залегающий среди конгломератов юры и, несомненно, являющийся апофизой от главного секущего тела диабазов.

Конгломераты в контакте с диабазами сильно окремнены (халцедонизированы) и ожелезнены, а содержащиеся среди них прослои песчаников местами настолько сильно гранатизированы (с развитиемgrossулярного скарна), что состав и структура их не распознаются. Мощности экзоконтактовой зоны изменения вблизи секущего тела диабазов достигает 80 м. Подобные мощности экзоконтактового изменения, как известно для траппов Сибирской платформы являются исключением.

В связи с этим встает вопрос: чем же обусловлена подобная значительная мощность экзоконтактового изменения? Микроскопическое исследование диабазов, контактирующих с описываемыми скарнированными породами, являющимися несомненными свидетелями контактово-гидротермальной деятельности данных траппов, показало, что последние представляют оливиновые разности диабазов, содержащие значительное количество палагонита и биотита.

В свете разобранного чрезвычайно большой интерес представляет так называемое «ахтарандитовое месторождение», находящееся на левом берегу р. Вилуя в 4 км ниже устья р. Ахтаранды. Как известно, в районе последнего развиты скарновые породы с развитием граната-grossуляра, велюита и весьма интересного минерала еще неразгаданной природы — «ахтарандита». Данные скарновые породы содержат инъекции биотитосодержащих диабазов: весьма вероятно, что скарнирование пород здесь также связано с контактово-гидротермальной деятельностью именно био-

* По устному сообщению М. М. Одинцовой в описываемой песчано-конгломератовой толще определен спорово-пыльцевой комплекс, характерный для нижней юры.

содержащих (юрских?) диабазов, экзоконтактовое воздействие которых (как наиболее щелочных разновидностей) *, возможно, значительно более интенсивно, чем воздействие обычных «нормальных» гранитов. Не-
сомненно, что немаловажную роль при этом играли секущий характер гранитов и состав (известковистый?) и структура вмещающих пород.

Институт геологии
Восточно-Сибирского филиала
Академии наук СССР

Поступило
7 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 Д. С. Белянкин, Матер. комисс. по изучению Якутск. АССР, в. 23 (1927).

Имеющиеся в нашем распоряжении химические анализы палагонитов указывают на содержание K_2O в палагоните до 8%; в биотите содержание K_2O , как известно, достигает 9%.

**О РАСЧЛЕНЕНИИ И КОРРЕЛЯЦИИ РАЗРЕЗОВ МАЙКОПСКОЙ
СВИТЫ ВОСТОЧНОГО ПРЕДКАВКАЗЬЯ
ПО КОЛЛОИДНО-ДИСПЕРСНЫМ МИНЕРАЛАМ**

(Представлено академиком С. И. Мироновым 23 I 1954)

Расчленение майкопской свиты на Северном Кавказе ввиду ее бедности органическими остатками основано, как известно, на литологических признаках (⁵, ⁶). Признаки эти заключаются преимущественно в характере распределения песчанности, в текстурных особенностях глин, в наличии включений различного петрографического состава от сидеритов до известковистых доломитов и септариевых мергельных конкреций. Следует отметить, однако, что перечисленные литологические признаки, особенно такой существенный для майкопской свиты, как характер распределения песчанности, довольно резко изменяются по простиранию. Таким образом, использование литологических данных для задач расчленения и корреляции майкопа представляет нередко большие затруднения.

Попытки подразделения майкопской свиты по петрографическим признакам проводились М. Ф. Филипповой (⁵), С. А. Благонравовым (¹) и др. Основу петрографических исследований названными авторами был положен иммерсионный метод изучения терригенных компонентов тяжелых и легких фракций, размером 0,25—0,1 мм. Все же указанный метод, довольно эффективный по отношению к песчано-алевритовым породам, дает весьма незначительные результаты при изучении глинистых образований, сложенных в основном коллоидно-дисперсными минералами. Этим в первую очередь и объясняется, что глинистые породы майкопской свиты, оставляющие главную ее часть, остались до сих пор наименее изученными с точки зрения минералогического состава их коллоидных фракций.

Предлагаемая работа, являющаяся первой попыткой изучения коллоидно-дисперсных минералов майкопских глин Восточного Предкавказья, имела своей целью выявление новых дополнительных «руководящих» признаков для задач расчленения и корреляции разрезов майкопской свиты.

Изучение глинистых минералов майкопа проводилось нами путем применения метода органических красителей Н. Е. Беденевой (²). При анализе глинистых пород мы применяли метиленовый голубой с последующим добавлением к суспензиям насыщенного раствора KCl. Минералогический состав коллоидной части глин $< 0,001$ мм определялся нами, наряду с окрашиванием, также при помощи иммерсионных жидкостей в грегатах ориентированных частиц (срезах) (³). Результаты окрашивания глин увязывались, как правило, с данными оптических исследований, благодаря чему мы получили более надежную диагностику глинистых минералов.

Для исследования были взяты образцы глин майкопской свиты по следующим разрезам Восточного Предкавказья: р. Сулак, буровые скважины Кировского района, р. Аргун, р. Гехи, р. Ассы (восточная часть изученной территории), р. Фиагдон, р. Урух (западная часть). Образцы пород отбирались в среднем через 6—8 м. Таким образом, в восьми пере-

численных разрезах, мощностью каждый в среднем около 800—1200 было изучено более 1800 образцов пород.

В результате изучения глинистых пород майкопской свиты методом окрашивания, а также исследования их в иммерсионных жидкостях на отмечена определенная зональность в вертикальном распределении коллоидно-дисперсных минералов. Одновременно с этим намечаются также некоторые изменения в их составе по простиранию.

Во всех исследованных разрезах майкопа на изученной территории Восточного Предкавказья выделяются четыре минералогические зоны, соответствующие вполне определенным стратиграфическим горизонтам майкопской свиты.

Ниже следует описание выделенных нами минералогических зон (снизу вверх) *.

Первая зона — иллит-монотермитовая охватывает отложения нижнего майкопа (хадумский, миатлинский, нижний глинистый и муцидальский горизонты) и характеризуется во всех изученных разрезах восточной части района однотипным минералогическим свойством коллоидной части глин, представляя здесь в основном гидрослюдистые глины иллитового и монотермитового типа. Последняя разновидность глин зон окрашивается метиленовым голубым в фиолетово-синий и синий цвет, который от добавления KCl становится сине-голубым и голубым. Показатели преломления агрегатов этих глин, полученных при срезах, изменяются в пределах 1,558—1,560. Гидрослюдистые глины иллитового типа окрашиваются в те же фиолетово-синие и синие цвета, которые, однако, как правило, от добавления KCl не изменяются. Показатели преломления агрегатов несколько ниже 1,600.

В западной части района в указанной зоне наблюдаются некоторые изменения в минералогическом составе глин. Наряду с основной иллит-монотермитовой ассоциацией здесь значительную роль начинают играть бейделлитово-гидрослюдистые глины. Бейделлит ** встречается как примесь к иллит-монотермитовым глинам, характеризуя глины смешанного минералогического состава: иллит-бейделлит-монотермитовые. Примесь бейделлита к гидрослюдам вызывает окраску метиленовым голубым от синих до сине-голубых цветов и от добавления KCl — до голубовато-зеленых оттенков. В случае, если в глинах преобладает бейделлит, suspension из них с метиленовым голубым + KCl окрашивается в зеленый цвет.

Вторая зона — иллитовая соответствует аргунскому и алкунскому горизонтам и отличается необыкновенным постоянством минералогического состава для всей исследованной площади. Глины в указанной зоне выражены исключительно гидрослюдами иллитового состава с весьма редкими прослоями глин монотермитового типа. В метиленовом голубом иллитовые глины окрашиваются в фиолетово-синий цвет, причем последний не изменяется от добавления KCl. Показатели преломления агрегатов 1,595.

Интересно отметить, что полученная для аргунского и алкунского горизонтов минеральная характеристика коллоидной части глин настолько отчетлива, что может быть использована для целей фиксации их границ даже в том случае, когда горизонты эти (или один из них) не могут быть выделены в разрезах естественных обнажений по литологическим данным. Так, в разрезе р. Ассы аргунский горизонт, как известно, не выделяется и объединен с отложениями подстилающих его горизонтов в так называемую «песчано-глинистую толщу» нижнего майкопа. В результате послойного изучения разреза отложения аргунского горизонта были все же выделены нами здесь по наличию гидрослюдистых глин исключительно иллитового состава.

* Расчленение майкопской свиты на горизонты приводится по стратиграфической схеме, принятой в тресте «Грознефтеразведка».

** Под бейделлитом мы понимаем согласно М. Ф. Викуловой (4) продукт постепенного изменения гидрослюдов.

Третья зона — монотермит-иллитовая в основном соответствует ассинскому горизонту. Минералогический состав коллоидной части глин восточных разрезов характеризуется гидрослюдами иллитового и монотермитового типа. В разрезах западной части района третья зона отличается тем, что здесь к преобладающим глинам монотермитового типа нередко примешивается бейделлит, образуя тем самым глины смешанного бейделлит-монотермитового состава. Признаки окрашивания глинистых минералов описываемой зоны, а также оптические данные их остаются аналогичными приведенным для первой зоны.

Говоря о стратиграфическом объеме третьей зоны, следует отметить, что кровля ее во всех исследованных разрезах совпадает с верхней границей ассинского горизонта. Граница эта является, следовательно, весьма устойчивой и постоянной. В то же время подошва зоны, фиксируемая по данным коллоидно-дисперсных минералов, не всегда совпадает с нижней границей ассинского горизонта, а иногда опускается ниже ее. Подобное расхождение между подошвой третьей зоны и нижней границей ассинского горизонта вызвано, возможно, неточностью проведения границ между горизонтами при геологической съемке ввиду сходного литологического состава ниже и выше лежащих глин. Таким образом, появление гидрослюдистых глин иллит-монотермитового типа, лежащих выше иллитовых глин второй зоны, позволяет более точно установить подошву ассинского горизонта.

Четвертая зона — бейделлитовая соответствует исключительно зурамакентскому горизонту. Глины этой зоны отличаются, как правило, значительным постоянством минералогического состава и характеризуются только бейделлитовым типом. Некоторым исключением в этом отношении являются лишь разрезы по рр. Гехи и Ассы. Здесь, наряду с преобладающими бейделлитовыми глинами, встречаются глины с иллит-монотермитовой ассоциацией, имеющие, однако, весьма подчиненное значение. Бейделлитовые глины указанной зоны метиленовым голубым окрашиваются в большинстве случаев в зеленый цвет, слабо изменяющийся от добавления KCl в сторону незначительного усиления окраски. Показатели преломления агрегатов меняются в пределах от 1,530 до 1,560. В случае примеси гидрослюд бейделлитовые глины здесь окрашиваются метиленовым голубым в грязновато-сине-зеленые оттенки и от добавления KCl становятся ясно зелеными.

Все изложенное позволяет придти к выводу, что в результате изучения коллоидно-дисперсных минералов майкопских глин можно расчленить майкопскую свиту на четыре зоны, довольно отчетливо прослеживающиеся на сравнительно большой площади Восточного Предкавказья. Наиболее хорошо выделяющимися зонами на изученной территории являются: вторая — иллитовая, охватывающая аргунский и алкунский горизонты, и четвертая — бейделлитовая, соответствующая зурамакентскому горизонту. Указанные две зоны могут служить опорными реперами при корреляции геологических разрезов майкопской свиты по признакам коллоидно-дисперсных минералов.

В заключение приношу благодарность М. А. Ратсеву за ценные указания и советы при проведении настоящей работы.

Грозненский нефтяной научно-исследовательский
институт по добыче нефти

Поступило
23 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ С. А. Благоднаров, Тр. Грозн. нефт. инст., № 4, 23 (1948). ² Н. Е. Венедеева, Колл. журн., 12, № 1, 17 (1950). ³ М. Ф. Викулова, Кора выветривания, в. 1, 190 (1952). ⁴ М. Ф. Викулова, Электронно-микроскопическое исследование глин, 1952. ⁵ М. Ф. Филиппова, Тр. Нефтяного геол.-разв. инст. (НГРИ), в. 104, 80 (1938). ⁶ Н. С. Шатский, Геологическое строение восточной части Черных гор и нефтяные месторождения Миатлы и Дылым, 1929.

Л. П. МОНаХОВА

К ВОПРОСУ О СТРАТИГРАФИИ НИЖНЕЙ ЧАСТИ УГЛЕНОСНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ КАРБОНА КАРАГАНДИНСКОГО БАСЕЙНА

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 25 I 1954)

Имеющиеся в настоящее время в литературе данные по стратиграфии нижней части угленосной толщи Карагандинского бассейна (¹, ⁶⁻⁸) сводятся к следующему: угленосная толща лежит на верхнетурнейских теректинских слоях, содержащих фауну гониатитов *Muensteroceras kazakhstanicum* Libr. и *Pericyclus asiaticus* Libr., и начинается аккудукской свитой, в верхней части которой найдены гониатиты *Gonioloboceras asiaticum* Libr. и *G. (Milleroceras) atratum* Libr. Возраст гониатитов, по данным Л. С. Либровича, не древнее верхнего визе.

Перечисленными выше авторами возраст аккудукской свиты определяется как верхнетурнейский. На аккудукской свите согласно лежит ашлярикская свита. Для отложений ашлярикской свиты характерно присутствие богатой фауны брахиопод. Возраст нижней части ее, по данным А. М. Симорина, верхнетурнейский и верхней — нижневизейский. Собранный в последние годы А. А. Петренко и автором статьи обширный фактический материал вносит значительные изменения в существующую стратиграфическую схему.

Автором настоящей статьи была обработана коллекция гониатитов из теректинских слоев и аккудукской свиты, а несколько раньше были изучены брахиоподы ашлярикской свиты (⁴). В результате обработки фауны мы имеем следующие данные о возрасте перечисленных выше свит.

1. Теректинские слои. В Карагандинском бассейне у мор. Бай-Боса в теректинских слоях встречаются *Muensteroceras kazakhstanicum* Libr. и *Pericyclus asiaticus* Libr. В бассейне р. Ащи-су у мор. Кыргын найдены *Muensteroceras kazakhstanicum* и *Merocanites djaprakensis* Libr. Фауну *Muensteroceras* и *Pericyclus* Л. С. Либрович считал верхнетурнейской, но в настоящее время, согласно устному сообщению, он склонен считать ее нижневизейской. Имеющиеся в нашем распоряжении данные говорят также в пользу нижневизейского возраста гониатитов теректинских слоев, так как *Merocanites djaprakensis* является руководящей формой для низов визейского яруса в Тянь-Шане (²).

В этих же слоях встречается форма, близкая к *M. kazakhstanicum*, *M. kazakhstanicum* Libr. var. *sonculica* Libr. Наконец, по р. Кипчак *M. kazakhstanicum* найден Н. В. Литвинович совместно с фауной брахиопод и кораллов нижневизейского возраста. Таким образом, возраст теректинских слоев определяется как низы визейского яруса.

2. Аккудукская свита лежит непосредственно на теректинских слоях и в ее верхней части, в горах Теректы, в ней найдены *Gonioloboceras asiaticum* Libr. и *G. (Milleroceras) atratum* Libr.

В бассейне р. Ащи-су в отложениях, соответствующих, вероятно аккудукской свите, обнаружены *Beurichoceras microntum* (Phill.) *B. obtusum* (Phill.).

Фауну *Gonioloboceras* Л. С. Либрович⁽³⁾ считает не древнее верхнего визе. Впервые найденные в аккудукской свите *Beurichoceras* указывают на верхи среднего или низы верхневизейского яруса^(9, 10). Возраст аккудукской свиты может быть определен промежутком от низов нижнего визе до верхнего визе включительно.

Слои с *Gonioloboceras* и слои с *Beurichoceras* приурочены к верху аккудукской свиты, но обнаружены в различных районах, поэтому взаимоотношение их пока неизвестно.

3. Ашлярикская свита по фауне брахиопод может быть сопоставлена с нижневизейскими ишимскими слоями, выделенными в Казахстане Д. В. Наливкиным⁽⁵⁾. Изученная нами⁽⁴⁾ фауна брахиопод ашлярикской свиты указывает на нижне- и среднеvizейский возраст содержащих их отложений.

Из сказанного можно вывести заключение о том, что как аккудукская так и ашлярикская свиты относятся по возрасту к визейскому времени. Следовательно, эти свиты đồngовозрастны и представляют собой лишь различные фации đồngовозрастных отложений, в которых можно различать гониатитовую фацию — аккудукскую и брахиоподовую — ашлярикскую.

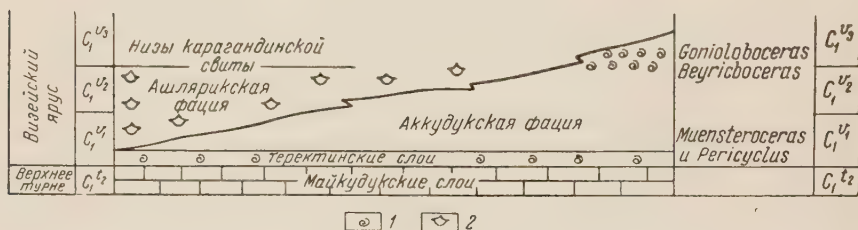


Рис. 1. Схема соотношения фаций нижней части угленосной толщи Карагандинского бассейна и его восточного продолжения. 1 — гониатиты, 2 — брахиоподы

Предполагаемое соотношение фации иллюстрировано на прилагаемой схеме (см. рис. 1). Гониатитовая аккудукская фация широко распространена в восточной и юго-восточной частях Карагандинского бассейна и в бассейне р. Ащи-су (к востоку от Карагандинского бассейна). На севере и западе бассейна аккудукская свита с гониатитовой фауной неизвестна.

В заключение необходимо остановиться на геологических предпосылках, позволяющих аккудукскую и ашлярикскую свиты считать đồngовозрастными.

1. Неизвестно ни одного разреза, где бы на отложениях верхней части аккудукской свиты с гониатитовой фауной лежала ашлярикская свита. Как правило, в районах распространения аккудукской свиты с гониатитами вышележащие отложения отсутствуют.

2. Мощность аккудукской свиты в различных частях бассейна различна. В восточной части бассейна, где аккудукская свита представлена наиболее полно, мощность ее достигает более 1000 м. В центральной части бассейна скважинами глубокого бурения вскрыты ашлярикская и аккудукская свиты. Мощность последней около 700 м. Гониатиты в аккудукской свите не найдены и можно предположить, что верхняя часть замещена ашлярикской свитой.

3. Аккудукская свита развита не повсеместно. Во многих районах Казахстана на верхнетурнейских известняках без перерыва лежат нижневизейские слои с фауной брахиопод, многие виды из которых характерны для ашлярикской свиты Карагандинского бассейна.

Приведенные новые данные по фауне аккудукской и ашлярикской свит и предположение об их одновозрастности устраняют существующие разногласия в определении возраста свит по различным группам фаун, но нуждаются в подтверждении детальной съемкой и дополнительным сбором материала.

Поступило
20 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Г. Л. Кушев, Мат. по геологии и полезным ископаемым Казахстана, в. 25 (1941). ² Л. С. Либрович, Мат. по общей и прикладной геологии. Геол. Ком., в. 74 (1927). ³ Л. С. Либрович, Палеонтология СССР, 4, 9, в. 1 (1940). ⁴ Л. П. Монахова, Автореферат диссертации, Л., 1951. ⁵ Д. В. Наливкин, Тр. ЦНИГРИ, в. 99 (1937). ⁶ А. М. Симорин, Изв. Каз. фил. АН СССР, сер. геол., № 8 (1946). ⁷ А. М. Симорин, Вест. АН Каз.ССР, № 5 (50) (1949). ⁸ А. М. Симорин, Изв. АН Каз.ССР сер. геол., в. 13 (1951). ⁹ W. S. Bisat, Proc. Yorkschire Geol. Soc., 22, 4 (1934). ¹⁰ G. Delepine, Mém. du Mus. R. d'Histoire Nat. de Belgique, No. 91 (1940).



А. И. МОСКВИТИН

О СВЯЗИ ГЕОМОРФОЛОГИИ С СОВРЕМЕННЫМИ ДВИЖЕНИЯМИ ЗЕМНОЙ КОРЫ В СРЕДНЕМ ПОВОЛЖЬЕ

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 2 II 1954)

В 1948 г. Д. К. Андреев ⁽¹⁾ вместе с коллективом геологов практиков ВНИГРИ, на основании данных структурных съемок, пришел к выводу о совпадении речных долин с синклинальным, а водоразделов с антиклинальным залеганием слоев. Особенно резко совпадение рельефа с антиклинальными структурами выступает в местах присутствия плотных бронирующих пород. Совпадение поднятий с высшими точками водоразделов установлено в низовьях р. Суры, на Окско-Цнинском вале и в области Керенско-Чембарских поднятий. Автор делает заключение о том, что причиной совпадения тектоники с рельефом всюду являются вертикальные движения, длящиеся по настоящее время.

Это заключение можно считать весьма вероятным, хотя приведенных автором данных недостаточно для выводов о современных движениях. Как показано В. В. Ламакиным ^(3, 4) и нами ⁽⁶⁾, длящиеся и совершающиеся ныне тектонические движения легче всего узнаются по виду русла рек и их долин.

Долина и русло среднего течение Волги дают в этом отношении прекрасные примеры, доказывая, что тектонические движения в этой части Русской равнины, проявившиеся в третичном периоде, при образовании Жигулей, и в других местах, продолжают и в наше время.

Как широко известно, на левобережье Волги расстилаются аллювиальные низины в виде широкой заливной поймы и нескольких надпойменных террас. На пространстве от г. Зеленодольска до г. Хвалынска нами выделено пять надпойменных террас. Их трудно охарактеризовать определенной относительной высотой, так как наблюдаются большие изменения их высоты, не объяснимые размывом, а по совпадению с геологическими структурами вызываемые, очевидно, действием современных движений земной коры. Приведу некоторые данные (см. табл. 1).

Наблюдается, что над положительными куполовидными и валообразными структурами коренных пород высота поверхности террас сильно возрастает, вместе с чем ширина низких террас и поймы уменьшается, местами до выклинивания и образования сужений долины или горловин. В них и русло реки из нескольких свободно изгибающихся рукавов (так называемой главной Волги и «воложек») соединяется в одно выпрямленное и глубокое. Таких сужений или горловин на описываемом участке насчитывается до 15. Для большинства горловин установлено их положение над поднимающимися структурами. Местами, как в Казани, на участках поднятия наблюдается появление дополнительных ступеней террас (для II надпойменной террасы, см. табл. 1).

В промежутках между горловинами — в областях относительного погружения и синклинальных структур — высота поверхности террас сильно уменьшается, а ширина их, особенно пойм и низких надпойменных террас, столь же сильно возрастает. Часто наблюдается поперечный к дну долины наклон слоев и поверхности террас, особенно часто IV надпоймен-

Таблица I

Относительная высота террас над меженным уровнем Волги (высоты взяты с карты)

Местность	Связьск	Услон	Казань	Майна	Ульяновск	Белый яр	Подстепки	Комсомольск	Чапаяевск	Переводки левый берег	Обшаровка	Спасское, Привольжье
Пойма: { низкая	9	11,5	8—10	10—11	10—11	11—12	9	9—10	10,5	нет данных	12	7—8
I высокая	11—12	—	12—14	~15	15—16	12—13	12	—	12—13	16—17	17—20	—
II надпойм. терраса	17—22	нет данных,	20—25	18—20	20	15—17	—	—	13,5—14	19—20	23—30	15
III (хвалынская)	28—43	слабо развита до 58	30—34 два ус- тупа	22—26	—	20—23	16—17	~25	24	—	(абляц)	—
IV (белоярская)	47—67	80—93	54—58 до 62	52—57	70	35—38 до 41	20—25	(в Став- рополе) ~35	—	—	?	—
V (красноярская)	87—97	нет данных	78—84	86	90	62—72	40—45	75—85	—	32—38 в Майгу- гах 27	37—44	41—42 в Майгу- гах 24
V	87—97	нет данных	78—84	86	90	94—105 до 109	—	90—100	—	—	—	92—97

ной террасы, наиболее широкой (до 30—36 км) и соответствующей максимальному (днепровскому) оледенению. Амплитуда колебания высоты поверхности этой террасы достигает нескольких (3—5) десятков метров. Уклоны изредка достигают 7 м на 1 км горизонтального расстояния и всюду, где это удастся установить бурением или геофизическими методами, строго соответствуют залеганию слоев коренных отложений. Некоторое исключение составляет (см. рис. 1) южный край высоких террас, примыкающий через долину Волги к Жигулям. Там подъему поверхности края террасы соответствует увеличение мощности аллювия ⁽⁶⁾, что говорит о колебательном характере движений местных положительных структур, над которыми расположен здесь приподнятый южный край высоких террас.

Наиболее отчетливо совпадение уклонов поверхности и опорных геофизических горизонтов наблюдается между Казанью и устьем Камы. Продольный прогиб, разделяющий здесь два поднятия южного окончания Вятско-Улеминского вала, проявляется на поверхности как четвертой, так и более низких террас. Несколько слабее прогиб поверхности и коренных слоев (по геофизическим данным) выражен восточнее с. Балымеры и снова резко обозначен к югу от Жигулей, над осью Вольского прогиба. В литературе господствовало представление об эрозионном происхождении этих понижений ^(5, 7, 9) и др.).

В Ульяновском Заволжье установлено наличие узкой (2—7 км) зоны тускания, имеющей северно-восточное простираание и совпадающей с осью Ульяновской синеклизы. Она прослеживается вкось по поверхности V и IV террас через г. Чердаклы («Чердаклинский грабен») и сильно

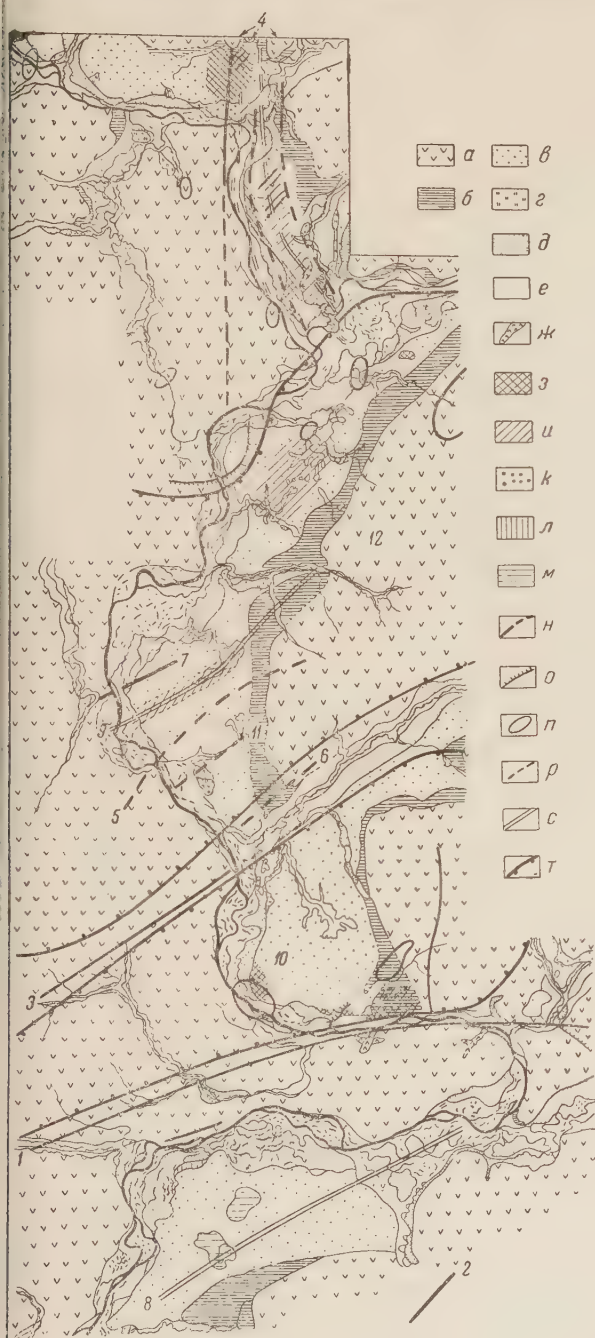


Рис. 1. Структурно-геоморфологическая схема Среднего Поволжья. а — области междуречных плато; б — области V надпойменной террасы; в — области IV надпойменной террасы; г — области III надпойменной террасы; д — области II и I надпойменных террас (без разделения); е — области высоких и низких пойм Волги и ее притоков; ж — овраги, выполненные плиоценом; з — участки поднятий по рельефу; и — участки опусканий по рельефу; к — тектонические западины; л — абляционные террасы; м — древнеозерные впадины; н — оси поднятий (установленные и предполагаемые направления): 1 — жигулевская флексура, 2 — пугачевская флексура, 3 — мордовско-борлинское поднятие, 4 — вятско-улеминское поднятие; о — моноклинальные склоны; п — куполовидные поднятия; р — оси поднятий по морфологии: 5 — Криушинское поднятие, 6 — Белоярское поднятие, 7 — Ульяновское поднятие; с — оси впадин: 8 — Вольский прогиб, 9 — Чердаклинский грабен, 10 — Ставропольская депрессия, 11 — Калмаюрская депрессия; т — контуры впадин, 12 — Ульяновско-Мелекесская впадина

оболочена и заторфована на пересечении ее речками (Уренем, Красной Майной). Меньших размеров впадины имеются в Ставропольском прогибе, перед фронтом Жигулей. Здесь особенно примечательна меридиональная плоская впадина, занятая текущей к северу болотистой речкой Тускан. Эта речка без видимой причины, не впад в Б. Черемшан, круто

сворачивает почти обратно и вливается в Волгу. Оказывается, что по левым бортом долины Черемшана расположена ось Мордовско-Борлинского поднятия — его восточной ветви, обрисованной Г. В. Обедиентовой⁽⁸⁾ на основании геофизических исследований Л. Г. Сурикова и названной ею Мордовско-Кондаковским поднятием. Сильная заболоченность и залитость озерами верхней части долины Сускана указывают на, вероятно, совсем недавнее подпруживание Сускана подвижками Мордовско-Борлинской флексуры и вместе с тем подтверждают мысль о тектоническом происхождении мелких складок правобережья, каковы Бектяжские складки и система Тукшумских складок В. В. Бронгулеева⁽²⁾, расположенных на южном крыле флексуры.

Привлечение аллювиальных или карстовых процессов для объяснения впадин Ставропольской мульды, а также и в других местах по IV террасе оказывается несостоятельным из-за большой мощности подстилающих четвертичных и плиоценовых осадков, несоответствия форм и размеров, а также из-за плавности наклона поверхности террас и отсутствия берегов, осадков или иных признаков бывших потоков, которым можно было бы приписать выработку этих понижений. Подобные же соображения заставляют отклонить и кажущееся довольно вероятным, вследствие нахождения признаков бывшей мерзлоты, объяснение происхождения впадин вытаиванием русловых или других каких-либо наледей.

Большим гидротехническим сооружениям на Волге установленная подвижность земной коры в Среднем Поволжье, по всей вероятности, не угрожает никакими неприятностями из-за малой, чисто геологической скорости движений.

Поступило
30 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Д. К. Андреев, Бюлл. МОИП, отд. геол., **23** (4) (1948). ² В. В. Бронгулеев, Матер. к познанию геол. строения СССР, изд. МОИП, в. 14 (1951). ³ В. В. Ламакин, Сборн. Землеведение, **2** (42) (1948). ⁴ В. В. Ламакин, ДАН **62**, № 5 (1948). ⁵ А. Н. Мазарович, Тр. Комисс. по изуч. четвертичн. периода, **4**, в. 2 (1935). ⁶ А. И. Москвитин, Природа, № 17 (1952); Изв. АН СССР, сер. геол. № 2 (1952). ⁷ Н. И. Николаев, Тр. Комисс. по изуч. четвертичн. периода, **4**, в. 2 (1935). ⁸ Г. В. Обедиентова, Тр. Инст. географ. АН СССР, **43**, 78 (1949). ⁹ Е. В. Шанцер, Тр. Комисс. по изуч. четвертичн. периода, **4**, в. 2 (1935).

МИНЕРАЛОГИЯ

Л. С. БОРОДИН

**О ВХОЖДЕНИИ ВОДЫ В КРИСТАЛЛИЧЕСКУЮ РЕШЕТКУ
МИНЕРАЛОВ ГРУППЫ ПЕРОВСКИТА**

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 23 I 1954)

Несмотря на то, что история изучения минералов группы перовскита начинается примерно с середины прошлого столетия, ряд вопросов, связанных с отдельными особенностями состава и структуры этих минералов, не разрешен окончательно и до настоящего времени. Так например, достаточно ясно не расшифрована кристаллохимическая роль некоторых элементов, присутствующих в виде изоморфных примесей в отдельных минералах этой группы, не выяснена роль воды, которая наблюдается иногда в заметном количестве.

Таблица 1

Компоненты	1*	2*	3*	4*	5*
SiO ₂	0,96	—	1,29	—	1,27
TiO ₂	56,35	32,01	58,79	46,45	44,01
ZrO ₂	—	—	0,91	—	—
ThO ₂	—	1,16	—	13,0	—
CaO ₃	} 2,23	25,55	5,48	} 24,00	34,20
Y ₂ O ₃		—	0,06		—
Nb ₂ O ₅	—	26,26	—	6,31	10,78
Ta ₂ O ₅	—	—	—	—	0,66
Fe ₂ O ₃	0,78	0,94	—	0,88	—
Al ₂ O ₃	0,24	—	—	—	—
CaO	37,52	1,32	27,06	1,83	5,25
MgO	0,14	0,18	0,19	—	—
MnO	0,02	—	0,31	—	—
FeO	0,70	—	2,93	—	—
K ₂ O	—	0,80	1,38	—	—
Na ₂ O	—	10,53	0,29	6,41	0,23
H ₂ O ⁺	0,57	0,65	} 1,00	1,22	} 3,49
H ₂ O ⁻	0,16	0,06		0,03	
Сумма . . .	99,67	99,46	99,69	99,72	99,89
Анализ	Егоров	Казакова	Холмквист	Казакова	Старынкевич-Борнеман

* 1 — кнопит, изучен Б. М. Куплетским, 1926 г.; 2 — новый минерал, изучен П. Тихоненковым, 1953 г.; 3 — кнопит, изучен Р. И. Холмквистом, 1894 г.; 4 — новый минерал, изучен Л. С. Бородиным, 1953 г.; 5 — металопарит, изучен И. Герасимовским, 1939 г.

Пересчет химических анализов минералов группы перовскита, опубликованных в литературе (2, 4, 5, 8), показывает, что в ряде случаев их состав не укладывается в общую формулу ABX_3 , хотя структурная принадлежность этих минералов именно к данной группе несомненна. Характерно при этом, что количество катионов в группе А обычно меньше теоретического. Наибольшие отклонения от теоретической формулы наблюдаются в тех случаях, когда в состав минералов входит вода.

В табл. 1 представлены химические анализы четырех минералов группы перовскита, содержащих воду, а также металопарита, который рассматривается обычно как псевдоморфоза по лопариту (4, 6).

Пересчет анализов (табл. 2) показывает, что состав любого из этих минералов не отвечает теоретической формуле ABO_3 , поскольку количество катионов группы А всегда меньше количества катионов группы В.

Таблица 2

Компоненты	Атомные количества				
	1	2	3	4	5
SiO_2	176	—	215	—	211
TiO_2	7052	4006	7358	5813	5508
ZrO_2	—	—	74	—	—
Nb_2O_5	—	} 1974	—	} 475	810
Ta_2O_5	—		—		30
ThO_2	—	44	—	492	—
Ce_2O_3	} 134	1550 {	334	1462	2084
Y_2O_3			6		
Fe_2O_3	98	118	—	110	—
Al_2O_3	46	—	—	—	—
CaO	6690	222	4825	326	935
MgO	34	44	47	—	—
MnO	3	—	44	—	—
FeO	98	—	—	—	—
K_2O	—	168	294	—	—
Na_2O	—	3390	98	2068	74
Сумма катионов А .	6925	5374	6083	4348	3093
Сумма катионов В .	7406	6142	7720	6397	6559

При этом обращает на себя внимание то обстоятельство, что наблюдается непосредственная связь между количеством воды, входящим в состав минерала, и дефицитом количества катионов группы А: чем больше количество воды, тем меньше сумма атомных количеств катионов. Этот факт указывает на то, что вода находится не в качестве случайной примеси, а входит в структуру перовскита.

Таблица 3

№№ анализов	Атомные количества по группам				
	А	В	О	ОН	А — В
1	0,94	1,02	2,92	0,08	0,08
2	0,89	1,02	2,88	0,12	0,13
3	0,85	1,03	2,85	0,15	0,18
4	0,73	1,00	2,78	0,22	0,27
5	0,47	1,00	2,40	0,60	0,53

Структура перовскита предопределяет тип химической формулы ABX_3 . Если принять сумму атомных количеств кислорода равной 3, то

неся сюда и воду, то получаем следующие соотношения катионов групп А и В (табл. 3).

Как видно из табл. 3, состав всех минералов вполне удовлетворительно укладывается в общую формулу типа $A_{1-x}BxO_{3-x}(OH)_1$ (где x меняется от 0 до 0,5), которая отвечает незавершенной решетке типа ABO_3 . Дефицит катионов группы А может быть обусловлен вхождением в решетку катионов большей валентности (вместо кальция — редкие земли и торий, или вместо титана — ниобий и т. д.), или заменой кислорода одновалентными анионами, в частности гидроксидом.

Последнее нам кажется более вероятным для тех случаев, когда начинаются процессы позднего изменения минералов и прежде всего выщелачивания в водной среде катионов группы А. Возможность сравнительно легкого выщелачивания таких катионов, как например кальций и натрий, может быть вполне объяснена, если исходить из особенностей кристаллической структуры перовскита (¹, ³, ⁷). При этом происходит соответствующее замещение части ионов кислорода ионами гидроксила, и энергетический баланс решетки остается прежним. При преимущественном выносе щелочей количество ионов гидроксила, замещающих кислород, должно соответствовать количеству вынесенных катионов группы А, что мы и видим в рассматриваемом случае (табл. 3).

При относительно сильном развитии процесса выщелачивания, как это можно допустить в случае металопарита, из решетки выносятся не только одновалентные катионы, но в какой-то степени и двухвалентные катионы группы А, поэтому количество ионов гидроксила должно несколько превышать общее количество выщелоченных ионов, что и наблюдается в действительности.

Поступило
21 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. В. Белов, Минер. сборн. Львов. геол. об-ва, № 5, 13 (1951). ² Э. М. Бонштедт, Перовскит, сер. А, в. 5 (1935). ³ О. Гассель, Кристаллохимия, пер. нем. с доп. Н. В. Белова, 1936. ⁴ В. И. Герасимовский, ДАН, 33, № 1, 61 (1941). ⁵ Б. М. Куплетский, Изв. АН СССР, сер. геол., № 1, 15 (1936). ⁶ О. М. Шубникова, Тр. ИГН АН СССР, в. 74 (1947). ⁷ Р. Эванс, Введение в кристаллохимию, М., 1948. ⁸ P. I. Holmquist, Bull. Geol. Inst. Upsala, 3 (1896—1897).

Е. Н. ГЕРАСИМОВА-НАВАШИНА

**РАЗВИТИЕ ЗАРОДЫШЕВОГО МЕШКА
И ВОПРОС О ПРОИСХОЖДЕНИИ ПОКРЫТОСЕМЯННЫХ**

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 8 II 1954)

Исходя из сильного сходства в строении зародышевых мешков у большинства покрытосемянных («нормальный тип») и всеобщности двойного оплодотворения, считают твердо установленным, что зародышевой мешок именно этого типа и двойное оплодотворение должны были возникнуть лишь однажды в ходе эволюции (^{14, 15, 17, 31, 32, 25, 26}); в этом видят неотразимый аргумент в пользу строго монофилетического происхождения покрытосемянных растений (^{7, 8, 2}). Различные особые типы зародышевого мешка, встречающиеся у меньшинства растений, считаются производными от нормального типа (^{31, 17, 14, 15, 25, 26}).

Для решения вопроса о происхождении зародышевого мешка и двойного оплодотворения искали в зародышевом мешке гомологий со структурой заростка и архегония голосемянных. Установить такую гомологию оказалось невозможным; временным успехом пользовалась лишь «архегонная теория» Порша (²⁸), которая лишилась реальной основы после открытия ди- и тетраспорических зародышевых мешков (^{26, 21, 17}).

В последнее время эмбриологи склоняются к другой точке зрения, развившейся из первоначальных представлений Гофмейстера и Страсбургера; наиболее полно она развита И. Д. Романовым (¹⁷). Считается, что зародышевый мешок возник в результате сильной редукции женского гаметофита. Редукция эта, резко развивающаяся уже у голосемянных, достигла у покрытосемянных своего предела. В то время как у голосемянных женский гаметофит переходит от свободно-ядерной (ценоцитной) фазы к клеткообразованию и к выделению женских половых клеток после 11-го деления (хвойные), а у высших их представителей (оболочкосемянные) даже после 8—9 делений, у покрытосемянных организация клеток в зародышевом мешке достигается уже после 3 делений (нормальный тип), у ди- (тип «Аллиум») и тетраспорических (тип «Адокса») зародышевых мешков, соответственно,— даже после 2 и 1 делений. У высших оболочкосемянных (*Gnetum*) архегониев уже не образуется вовсе, а оплодотворяются отдельные клетки заростка, расположенные близ микропиле и рассматриваемые как инициалы архегония (²¹); тем более не достигает той стадии, когда может образоваться архегоний, зародышевый мешок покрытосемянных (²⁰). Яйцеклетку покрытосемянных можно поэтому гомологизировать самое большее с инициальной клеткой архегония (²¹). Все прочие клетки зародышевого мешка надо, следовательно, рассматривать, как клетки женского заростка, причем центральная клетка зародышевого мешка после своего оплодотворения получает способность вновь делиться, образуя вторичный эндосперм (³³). Последний выполняет прежнюю функцию первичного эндосперма голосемянных и сходен с ним по характеру развития (¹³), но отличается своим гибридным происхождением и полиплоидностью, что является прогрессивным новоприобретением, создающим крупные преимущества (^{18, 19, 16, 11}). Вторичный эндосперм покрытосемянных поэтому не является ни вторым зародышем, ни прежним заростком; произошел он от заростка, но несет в себе все преимущества зародыша, происшедшего половым путем (¹³).

Итак, зародышевый мешок покрытосемянных есть результат сокращения единого процесса развития; это сокращение началось еще у далеких предков покрытосемянных и, надо полагать, было вызвано изменением условий существования. Только упуская это из виду, могли в различиях между женскими гаметофитами голо- и покрытосемянных видеть «пропасть»^(10, 14, 15), разделяющую эти группы. В отношении же мужского гаметофита преемственность развития не возбуждала сомнений, так как редукция его далеко зашла уже у голосемянных⁽¹⁾.

Однако, хотя эта общая тенденция развития и ясна, остается трудность для понимания окончательной конструкции зародышевого мешка, на первый взгляд не имеющей ничего общего с соответствующей фазой развития (3-е деление макроспоры) женского гаметофита голосемянных. Особенно смущает образование всегда одинаковых «четверок» ядер у каждого из полюсов зародышевого мешка, которое и послужило основой теории Порша («сходство» с архегониями). Вполне очевидно, что понять строение зародышевого мешка можно лишь на основе анализа хода его развития. Это и пытаются делать наиболее прогрессивные эмбриологи^(17, 22), но они, исходя из частных закономерностей, наблюдаемых ими при изучении развития зародышевых мешков, лишь укрепляются в мнении о глубоком своеобразии зародышевого мешка, и особенно двойного оплодотворения.

Если же исходить исключительно из общих закономерностей клеточной жизни, главным образом клеточного деления, которые, как оказывается, являются основным фактором, определяющим развитие зародышевого мешка, то становится понятным не только возникновение строения зародышевого мешка, но и двойное оплодотворение как итог предельного сокращения развития женского гаметофита.

Напомним те основные закономерности, действующие в типичном случае в любой эмбриональной клетке^(24, 29, 30, 23, 4, 5, 3, 12), которые особенно важны в нашем случае:

1. Ядро стремится расположиться в определенном «динамическом центре» клетки, часто совпадающем с ее геометрическим центром; если клетка асимметрично вакуолизирована (например, молодое пыльцевое зерно), то ядро располагается в центре максимального скопления цитоплазмы. При делении проявляется поляризация клетки и возникает два динамических центра, сохраняющихся до обособления сестринских клеток или до следующего деления, если такого обособления не происходит. После полного прекращения делений в клетке восстанавливается лишь один динамический центр.

2. Каждая новая плоскость деления стремится пересечь предыдущую под прямым углом.

3. Ось фигуры митоза располагается по более длинной оси цитоплазматической массы, а деление, следовательно, стремится разделить продолговатую клетку поперек.

4. Расходящиеся при делении сопроизводные ядра взаимно отталкиваются; это отталкивание прекращается образованием перегородок или развитием вакуоли между ядрами; только тогда вступает в силу правило 1 (пример: спермиогенез⁽⁶⁾).

5. В дву- и многоядерных клетках (ценоцитах) ядра делятся синхронно. В силу взаимного отталкивания (правило 4) они максимально удаляются друг от друга, чем всецело определяется их распределение. В двоядерном ценоците ядра оказываются у противоположных полюсов; в четырехядерном — по вершинам тетраэдра; в многоядерных ценоцитах ядра распределяются совершенно равномерно в массе цитоплазмы или в ее постенном слое, если ценоцит сильно вакуолизирован.

6. Клеткообразование (вставление перегородок) в ценоцитах происходит лишь при определенном «насыщении» цитоплазмы ядрами, т. е. при достижении известного соотношения между массой тех и другой.

7. После полного прекращения деления в ценоците ядра перестают взаимодействовать друг с другом, и, если нет к тому препятствий в виде обособления клеток, согласно правилу 1, стремятся к общему динамическому центру.

Проявление перечисленных закономерностей видоизменяется конкретной обстановкой, складывающейся в результате дифференцировки клеток и тканей (вакуолизация, изменение формы, направление давления и пр.). Дело усложняется еще тем, что эти факторы часто взаимодействуют между собой в различных сочетаниях. Однако среди них всегда можно выявить решающий, определяющий тот или иной результат.

Если мы теперь обратимся к общеизвестной картине развития зародышевого мешка нормального типа, то сразу увидим, что оно подчиняется перечисленным выше основным клеточным закономерностям. В этом смысле в зародышевом мешке нет ничего специфического, что можно было бы истолковать как унаследованную конструкцию, возникшую однажды в истории у единственного предка. Ядро большой макроспоры делится на два ядра, расходящихся, как при всяком делении, к полюсам поляризованной клетки (правило 1 и 3); второе и третье деления совершаются синхронно и во взаимно-перпендикулярных направлениях (правило 2 и 5), в силу чего у полюсов неизбежно получаются «загадочные» четверки ядер. Ядра в каждой четверке, взаимно отталкиваясь (правило 4), неизбежно располагаются так, что три из них упираются в «свод» ценоцита, а четвертое обращено к центру последнего, занятому к этому времени разросшейся вакуолью. Этот момент совпадает с «наращиванием» ядрами (правило 6) полярных скоплений цитоплазмы, в которых и происходит вставление перегородок между ядрами, т. е. формирование яйцевого аппарата и антипод. Сильная вакуолизация зародышевого мешка препятствует вставлению перегородки между двумя четвертыми ядрами каждой тетрады («полярные ядра»), что ведет к образованию большой центральной клетки с одним динамическим центром, куда и сходятся полярные ядра (правило 1 и 7).

Таким образом, развитие зародышевого мешка есть процесс, который единственно и может произойти при данных условиях роста и развития клетки. Любая эмбриональная клетка, помещенная в соответствующие условия, будет неизбежно проходить именно такой путь развития, определяемый всеобщими законами клеточной жизни, а не зависящий от каких-либо специфических законов, свойственных только макроспоре. Специфические условия, действительно существующие в различных семязачках, лишь видоизменяют ход онтогенеза зародышевого мешка, выдвигая на первый план то ту, то другую из клеточных закономерностей и определяя различные «типы» развития зародышевых мешков.

Ярчайшим подтверждением сказанного являются некоторые особые случаи, и, прежде всего, давно известное поразительное явление развития молодых пыльцевых зерен при необычных температурных условиях в образовании, совершенно сходные с зародышевым мешком (27, 34). Из этих случаев ясно, что дифференциация зародышевого мешка совершается отнюдь не на основе унаследованных специфических законов, свойственных только макроспоре.

Исходя из вышесказанного, не составляет принципиальных затруднений представить себе происхождение зародышевого мешка покрытосемянных. Различие между гаметофитами голо- и покрытосемянных, очевидно, вызывается причиной самого общего порядка, именно, изменением хода обмена веществ у предков покрытосемянных. Крайне медленный темп делений у голосемянных, часто в соединении с ранней и интенсивной вакуолизацией ценоцитной фазы заростка, делает у них невозможным клеткообразование и обуславливает постепенное и равномерное распределение ядер на той же фазе развития, когда у покрытосемян-

ных, при их несравненно более быстром темпе клеточных делений, уже на 8-ядерной стадии достигается «насыщение» и клеткообразование.

К некоторым из развитых выше положений близко подходят отдельные эмбриологии (¹⁷, ²²), но они останавливаются перед организацией зародышевого мешка, считая его за образование *sui generis*. Естественно, что, видя в зародышевом мешке осуществление некоего наследуемого «плана», не могут себе представить его многократного возникновения в истории растительного мира. Из представленных же нами соображений, напротив, ясно, что зародышевый мешок мог возникать многократно и, весьма вероятно, в различных группах растений, всякий раз, когда условия обмена веществ позволяли наступать клеткообразованию на достаточно ранней фазе развития женского гаметофита. При этом вполне вероятно, что различные «типы» зародышевых мешков могли возникать многократно и независимо.

Представление о двойном оплодотворении как об явлении, углубляющем «пропасть» между голо- и покрытосеянными, коренится опять-таки в недостатке цитологического подхода. Предпосылка к двойному оплодотворению, несомненно, возникла с того момента, когда спермии стали образовываться парами, т. е. уже на ранней ступени эволюции. Парность спермиев удерживалась там, несмотря на то, что функционировал лишь один из них, как я полагаю, потому, что спермии способны выполнять свою функцию лишь в том случае, когда они являются продуктом очень недавнего и притом своеобразного клеточного деления. Таким образом, предки покрытосеянных получили от нижестоящих групп почти готовый мужской аппарат двойного оплодотворения; как только стал возникать сильно редуцированный зародышевый мешок, второй спермий стал успешно функционировать. Что же касается самого осуществления двойного оплодотворения, то оно с неизбежностью вытекает все из тех же основных клеточных закономерностей (⁶).

Таким образом, анализ эмбриологических фактов не только не дает оснований для вывода об «однократном» возникновении покрытосеянных, но скорее подтверждает взгляд (⁹) о полнотопном их происхождении от ряда предшествовавших им форм.

Ботанический институт им. В. Л. Комарова
Академии наук СССР

Поступило
28 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. И. Беляев, *Biol. Zbl.*, 18, 209 (1898). ² Н. А. Буш, *Курс систематики высших растений*, М., 1944. ³ Э. Вильсон, *Клетка*, М., 1936. ⁴ И. И. Герасимов, *Русск. кл. морфол. раст.*, М., 123, 1923. ⁵ И. И. Герасимов, *Bull. Soc. Impér. d. Natur. Moscou*, N. sér., 13, 220 (1899). ⁶ Е. Н. Герасимова-Навашина, *Тр. Бот. инст. АН СССР*, сер. 7, в. 2 (1951). ⁷ А. А. Гроссгейм, *Нов. бот.*, 13, № 3, 3 (1945). ⁸ П. М. Жуковский, *Ботаника*, М., 1949. ⁹ М. М. Ильин, *Бот. журн.*, 38, № 1, 97 (1953). ¹⁰ Н. И. Кузнецов, *Введение в систематику цветковых растений*, М., 1956. ¹¹ Я. С. Модилевский, *Изв. АН СССР*, сер. биол., 2, 22 (1950). ¹² М. С. Навашин, *Реферат. сборн. АН СССР*, 1945. ¹³ С. Г. Навашин, *Избран. тр.*, Изд. АН СССР, 1951, стр. 188. ¹⁴ В. А. Поддубная-Арнольди, *Изв. Ассоц. Н.-и. инст. физ.-мат. I МГУ*, 3, № 1а, 62 (1950). ¹⁵ В. А. Поддубная-Арнольди, *Усп. совр. биол.*, 32, в. 3(6), 352 (1951). ¹⁶ И. И. Презент, *Агробиология*, 5 (1948). ¹⁷ И. Д. Романов, *Эволюция зародышевых мешков цветковых растений*, Ташкент, 1944. ¹⁸ R. A. Brink, D. C. Cooper, *Bot. Gaz.*, 102, 1 (1944). ¹⁹ R. A. Brink, D. C. Cooper, *Bot. Rev.*, 13, 423 (1944). ²⁰ J. Coulter, *Pot. Gaz.*, 45 (1908). ²¹ F. Fagerlind, K. Svenska Vet. Akad. Handl., 1(8), 1 (1941). ²² F. Fagerlind, *Arkiv f. Bot.*, 31A, 11, 1 (1944). ²³ O. Hertwig, *Zoologica*, 18 (1884). ²⁴ W. Hofmeister, *Lehre von der Pflanzenzelle*, Leipzig, 1867. ²⁵ P. Maheshwari, *Chromica Bot.*, 5, 417 (1929). ²⁶ P. Maheshwari, *Bot. Rev.*, 14, 1, 1 (1948). ²⁷ B. Memon, *Bull. Inter. Acad. Sc. Poshme*, Sept. (1958). ²⁸ O. Porsch, *Versuch einer phylogenetischen Erklärung des Embryosackes und der doppelten Befruchtung der Angiospermen*, Jena, 1907. ²⁹ J. Sachs, *Arb. d. bot. Inst. in Würzburg*, 11 (1878). ³⁰ J. Sachs, *Vorlesungen über Pflanzenphysiologie*, Leipzig, 1882. ³¹ K. Schnarf, *Embryologie der Angiospermen*, Berlin, 1927. ³² K. Schnarf, *Bot. Rev.*, 2, 12 (1956). ³³ E. Strasburger, *Bot. Zeit.*, 58, Abt. 2, 293 (1900). ³⁴ I. Stow, *Cytologia*, 1, 417 (1930).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

С. Е. ГОМОЛЯКО

ПЛАСТИДЫ И КРАХМАЛ В КОРНЯХ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 13 II 1954)

Вопросы структуры и роли пластид в корнях свеклы не достаточно освещены в печати. Настоящее сообщение имеет целью восполнить этот пробел хотя бы частично.

В корнях свеклы мы обнаружили пластиды двоякого рода: бесцветные — лейкопласты и зеленые — хлоропласты. О наличии лейкопластов нами указывалось еще в одной из ранее опубликованных работ ⁽¹⁾. Зеленые пластиды нами впервые были обнаружены в 1948 г. как в проростках, так и во взрослых корнях, даже в глубоких слоях их тканей. В проростках свеклы в фазе 1—2 пар листочков хлоропласты образуются в большом количестве в подсемядольном колене — в клетках первичной коры, в клетках эндодермы, а также в зоне древесины и луба центрального цилиндра. В нижней части подсемядольного колена зеленую окраску можно найти и в центре звездочки: в паренхимных клетках по обеим сторонам первичной ксилемной пластинки.

Во взрослых корнях свеклы относительно интенсивной зеленой окраской отличается головка свекловичного корня и до некоторой степени, шейка, развившиеся из подсемядольного колена. Зеленая окраска этих частей взрослого корня свеклы обусловлена наличием хлоропластов как периферической, так и в центральной частях корня, главным образом в древесинной паренхиме сосудистых пучков, непосредственно вокруг сосудов. На близкое расположение хлоропластов к проводящей системе в клубне картофеля указывает В. Г. Александров ⁽²⁾, допуская возможность причинной связи между количеством азотистых веществ и магния, подаваемых по проводящей системе и необходимых для построения молекулы хлорофилла. В паренхимных и прозенхимных клетках в зоне головки и шейки корня свеклы можно наблюдать расположение хлоропластов вокруг ядер в виде венчика, а также и изолированно.

Структура хлоропластов корней свеклы имеет сходство со структурой хлоропластов листьев, что подтверждается наличием гранул. Так, на тангентальном разрезе, сделанном с поверхности головки и шейки корня, непосредственно под пробкой, в клетках паренхимы, мы обнаружили хлоропласты с мелкогранулярной структурой. Такие же гранулы хлорофилла отчетливо видны в хлоропластах в клетках эндодермы, а также в клетках центральной части головки корня. В структуре хлоропластов корней свеклы мы наблюдали гомогенную, гранулярную фазу, а также распад стромы и освобождение гранул из пластиды. Очевидно, все фазы, наблюдаемые в структуре хлоропластов листьев свеклы, описанные в работах А. А. Табенцкого ⁽³⁾, имеются и в хлоропластах корней. В проростках сахарной свеклы наиболее крупные хлоропласты с крупными гранулами хлорофилла имеются в клетках эндодермы, непосредственно прилегающей к клеткам перикцикла. Как будет показано ниже, в клетках эндодермы в хлоропластах образуется крахмал, который, очевидно, является питательным материалом для интенсивно размножающихся кле-

Приведенные факты указывают на общность структуры и деятельности зеленых пластид в листьях и корнях свеклы. Указания А. А. Табенцова⁽⁵⁾ о белково-липидной природе гранул в зеленых пластидах листьев подтверждают возможность образования крахмала в гранулах.

В литературе распространено мнение, что в обычных условиях произрастания свеклы крахмала в корнях 1-го года не образуется⁽⁶⁾. Данные наших исследований показывают, что этот вопрос еще не достаточно изучен. Во всяком случае, при исследовании головки оказалось, что крахмал этой части корня почти всегда обнаруживается как в проростках, так и в выросших корнях. Это и понятно, так как в головке имеются зеленые пластины — хлоропласты, в гранулах которых образуется крахмал. Последнее, очевидно, связано с повышенной ферментативной деятельностью головки корня свеклы по сравнению с остальными его частями. В работах Н. М. Сисакяна и М. М. Кобяковой⁽⁷⁾ есть указания, что пластиды являются местом всех основных ферментов клетки.

Крахмал, образованный хлоропластами в головке, не обнаруживается при переходе в шейку и собственно корень при обычных условиях выращивания свеклы, хотя лейкопласты в этих частях обнаруживаются. Однако в 1949 г. в условиях вегетационного опыта Лаборатории биохимии ВНИС с применением разных доз корневого питания в корнях сахарной свеклы было обнаружено большое количество крахмала не только в головке, но и в шейке, в собственно корне и даже хвостике. В опыте применялась питательная смесь ВНИС в двух вариантах; во втором варианте взято было в 2 раза меньше азота и

и в 4 раза меньше фосфора, чем в варианте первом. Условно первый вариант обозначаем «одна доза», второй — «полдозы».

В пробах, взятых из этого опыта, крахмал был обнаружен 14 VII во всех частях корня, при этом в количестве, необычном для корней сахарной свеклы. Крахмал был локализован в головке в зеленых пластидах — хлоропластах, а в шейке и ниже в бесцветных пластидах — лейкопластах.

Большое количество бесцветных пластид и крахмала в них было сосредоточено в области паренхимных лучей «звездочки», а также в клетках древесинной паренхимы развитых колец сосудистых пучков. В корнях с большим количеством крахмала, последний наблюдался как в зонах сосудистых пучков, так и в зонах межкольцевой паренхимы. В варианте «одна доза» питательных веществ крахмала было больше, чем в варианте «полдозы». Значительное уменьшение его наблюдалось в период уборки растений — 11 X.

Локализация пластидного крахмала в отдельных клетках показана на рис. 2. В большинстве случаев лейкопласты в количестве 20 и больше были расположены вокруг ядра, причем крахмал в лейкопластах локализован был в отдельных гранулах, которых наблюдалось от 3 до 10 в каждой пластиде. При действии J + KJ на крахмал строма лейкопластов становилась бесцветной, а гранулы окрашивались в синий цвет. В дистил-

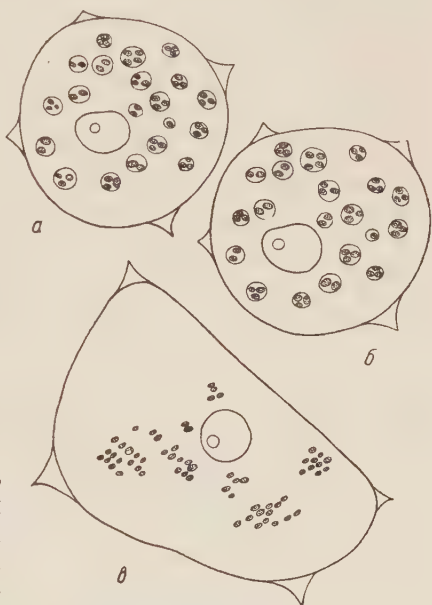


Рис. 1. 'Хлоропласты' и крахмал в корне сахарной свеклы. а — гранулы хлорофилла в хлоропластах, б — крахмал образован в зеленых гранулах — реакция с J + KJ, в — распад строма хлоропластов и освобождение гранул крахмала при действии дистиллированной воды

лированной воде строма лейкопластов и гранулы крахмала набухали, строма пластиды разрывалась и гранулы освобождались, наполняя ими клетки (рис. 2). Таким образом, и в хлоропластах и в лейкопластах мы наблюдали локализацию крахмала в гранулах, но в первом случае в зеленых гранулах, а во втором в бесцветных *. Следует указать, что отложение крахмала в корнях свеклы в этом опыте было на уровне сахаристости 17—18%.



Рис. 2. Лейкопласты и крахмал в корне сахарной свеклы. *а* — лейкопласты с гранулами крахмала окружают ядро, *б* — распад строма и освобождение гранул крахмала из лейкопластов при действии дистиллированной воды

Очевидно, увеличение дозы фосфора в корневом питании при определенном соотношении азота и калия способствовало образованию большего количества пластид, способных накапливать крахмал. Следовательно, при изменении условий корневого питания можно направленно изменять процесс коацервации и образования пластид заново из протоплазмы.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт сахарной свеклы
Киев

Поступило
11 V 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. Е. Копыл-Гомоляко, Научн. зап. ВНУС, 33 (1933). ² В. Г. Александров, М. С. Яковлев, Л. В. Климовкина, Бот. журн., 32, 4, 141 (1947). ³ А. А. Табенцкий, Изв. АН СССР, сер. биол., № 5 (1947). ⁴ В. Ф. Раздорский, Анатомия растений, 1949, стр. 59. ⁵ А. А. Табенцкий, Изв. АН СССР, сер. биол., № 1 (1953). ⁶ А. С. Оканенко и В. И. Таварницкий, Свекловодство, 1, 427 (1946). ⁷ Н. М. Сисакян, А. М. Кобяков, Биохимия, 13, 1 (1948).

* Описанные картины наблюдались на живом материале, без фиксации его реактивами.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик А. Л. КУРСАНОВ и М. В. ТУРКИНА

К ВОПРОСУ О ФОРМАХ ПОДВИЖНЫХ САХАРОВ В ПРОВОДЯЩЕЙ СИСТЕМЕ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ

В настоящее время становится все более вероятным, что проводящие ткани растений являются активными участниками в процессе передвижения органических веществ и что именно в них осуществляются те биохимические процессы, которые обуславливают самое движение (1-4). Исходя из этого, мы наметили ряд исследований по обмену веществ проводящих тканей.

В настоящем сообщении приводятся данные, характеризующие углеводный состав и некоторые ферментные системы сосудисто-волокнистых пучков сахарной свеклы, главным образом в связи с вопросом о формах подвижных сахаров. Для выяснения отличительных особенностей сосудисто-волокнистых пучков мы производили параллельно с анализами проводящих путей на тех же растениях аналогичные исследования листовых пластинок и паренхимы листовых черешков после удаления из них проводящих путей.

Методом распределительной хроматографии на бумаге было прежде всего установлено, что во всех названных тканях простые сахара представлены глюкозой и фруктозой, а дисахара — сахарозой, которые в сумме составляют подавляющую часть углеводного запаса сахарной свеклы. Поэтому в дальнейшем главное внимание было сосредоточено на этой группе сахаров. Кроме того, в проводящих тканях было обнаружено и небольшое количество крахмала.

Для количественного определения сахаров сосудисто-волокнистые пучки извлекались из листовых черешков, быстро фиксировались кипящим 96% этанолом и повторно экстрагировались 82% этанолом при 80°.

Спирт отгонялся в вакууме при 35°, и в остатке после разбавления его водой и очистки определялись по Бертрану редуцирующие сахара и сахароза (последняя после обработки части экстракта препаратом дрожжевой инвертазы). Аналогичным образом исследовались и другие ткани свекловичного растения. Определения, проводившиеся в августе 1951—

Таблица 1

Содержание сахаров в различных тканях свекловичного растения (в мг на 10 г свежего веса)

Ткани	Моносахара	Сахароза	Сумма сахаров	Крахмал
Листовая пластинка . .	55	23	78	19,8
Черешки (без проводящих путей)	280	18	298	—
Проводящие пути	143	297	440	18,6
Корень	32	1038	1070	—

1952 гг., показали довольно сходные результаты, которые могут быть представлены следующими средними цифрами (см. табл. 1).

Как видно из табл. 1, общая концентрация сахаров в проводящих пу-

тях значительно, выше, чем в других тканях листа, а в корне в свою очередь выше, чем в проводящих путях. Это позволяет сделать заключение, что передвижение сахаров у сахарной свеклы из клеток листовых паренхимы в проводящую систему, а из этой последней в ткани корня совершается против градиента концентрации сахаров и, следовательно, не может рассматриваться как результат простой диффузии их.

Очевидно, что такое передвижение может быть осуществлено лишь в результате физиологической деятельности проводящей системы и должно сопровождаться значительной затратой энергии. Свойственное сосудисто-волокнистым пучкам интенсивное дыхание ⁽¹⁾ и их способность еще более активизировать этот процесс в присутствии сахарозы ⁽²⁾ показывают, что проводящая система растений хорошо приспособлена к несению подобного рода активной функции.

Сахара в проводящих путях существенно отличаются и по своему составу. Из табл. 1 видно, что среди сахаров в сосудисто-волокнистых пучках сахарной свеклы преобладает сахароза, в то время как в других частях листа значительно преобладают монозы. Это различие не учитывалось обычно прежними исследователями, которые на основании валового анализа листовых черешков сахарной свеклы приходили к выводу, что основными сахарами являются здесь монозы и что, следовательно, они и составляют подвижную форму углеводов этого растения ⁽⁵⁾. Преобладание сахарозы в проводящих путях является весьма характерным и устойчивым признаком свойственным сахарной свекле, так же как и многим другим растениям ^(6, 15).

Таблица 2

Содержание сахаров в различных тканях листа сахарной свеклы (в мг на 1 лист)

Ткани	% ткани в листе	Моносахара		Сахароза	
		в мг	в % от суммы	в мг	в % от суммы
Целый лист	100	175,5	100	50,2	100
Листовая пластинка	55,2	27,0	15,4	16,5	32,8
Черешок	34,4	136,7	77,8	10,1	21,4
Проводящие пути	10,4	11,8	6,8	23,6	45,8

Из табл. 2 видно, что на долю проводящих путей в листе сахарной свеклы приходится лишь около 10% от общего веса листа. Однако не смотря на это, до 46% всей сахарозы листа сосредоточено именно здесь, что позволяет предполагать наличие избирательной абсорбции сахарозы сосудисто-волокнистыми пучками (табл. 2). В противоположность этому паренхима листового черешка является главным аккумулятором простых сахаров и концентрирует в себе более 76% их запаса в листе. Таким образом, ткани паренхимы черешка и пронизывающие их сосудисто-волокнистые пучки как бы противоположны по составу сахаров, что свидетельствует о строгой разграниченности их функций и специализированности обмена (см. табл. 1). Высокое содержание сахарозы в проводящей системе может объясняться или синтезом ее из моноз в проводящих клетках, или же избирательной абсорбцией сахарозы из ассимилирующих тканей.

Для того чтобы ближе разобраться в этом вопросе, мы поставили ряд дополнительных опытов, в которых подкармливали в течение 5 мин. листовые пластинки сахарной свеклы (без отделения их от растения) меченой углекислотой ($C^{14}O_2$). После этого листовые пластинки и сосу-

Таким образом, при значительном преобладании сахарозы углеводный состав сосудисто-волокнистых пучков сахарной свеклы скорее напоминает состав корня, нежели листовых пластинок. Картина распределения сахаров в различных тканях листа выступает нагляднее при пересчете этих величин на один лист (вместе с листовым черешком).

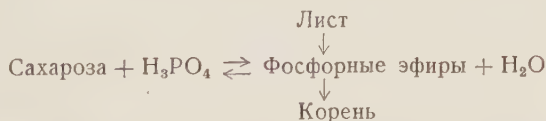
цисто-волоконистые пучки, извлеченные из черешков, подвергались исследованию на содержание радиоактивных сахаров. Для этого указанные ткани экстрагировались этанолом, экстракты очищались при помощи ионообменных смол (катионит СБС и анионит ММГ-1) и подвергались исследованию на сахара методом распределительной хроматографии на бумаге. Пятна, соответствующие сахарозе, глюкозе и фруктозе, экстрагировались 80% этанолом, экстракты выпаривались и испытывались на радиоактивность в торцовом счетчике.

Опыты показали, что после 5-минутной экспозиции на свету радиоактивный углерод обнаруживается в листовой пластинке сахарной свеклы, главным образом, в составе сахарозы (см. табл. 3), что позволяет считать сахарозу первым свободным сахаром, возникающим в процессе фотосинтеза в листьях сахарной свеклы. Простые же сахара, обычно преобладающие в листе, возникают, видимо, лишь вторично, в результате гидролитического расщепления сахарозы. Такой вывод согласуется и с представлениями Кальвина и Бенсона (8), к которым они пришли на основании опытов с одноклеточными водорослями.

Из данных табл. 3 видно также, что через 5 мин. после начала фотосинтеза в соудисто-волоконистых пучках, извлеченных из черешка, уже обнаруживается значительное количество меченой сахарозы, в то время как радиоактивные монозы в этот период еще отсутствуют в проводящей системе. Эти данные, согласующиеся с нашими прежними опытами (3), дают возможность заключить, что сахароза или какой-то легко образующийся из нее продукт избирательно абсорбируются из мезофилла клетками проводящей ткани.

В результате этого значительная часть сахарозы, возникающей в процессе фотосинтеза, еще до того как она успеет инвертироваться в клетках листовой паренхимы, оказывается сконцентрированной в проводящих путях, по которым и совершается ее передвижение к корню. Такой вывод совпадает с результатами более ранних работ, вышедших из нашей лаборатории (2, 3), а равно и с выводами А. Оканенко (9) и А. Вильяма (7).

Если исходить из допущения, что передвижение органических веществ совершается в растениях, подобно передвижению минеральных веществ, в форме ионов, то нетрудно придти к мысли, что подвижным компонентом в ситовидных трубках должна быть не сама сахароза, а ее фосфорный эфир или фосфорные эфиры простых сахаров, на которые она легко распадается и вновь образуется ферментативным путем (13):



В таком случае роль сахарозы в проводящих путях должна состоять не в передвижении, а в поддержании постоянства концентрации движущегося компонента, что может явиться важным условием, определяющим направление и скорость передвижения. Постоянное присутствие в соудисто-волоконистых пучках фосфорилированных сахаров, количество которых составляет по нашим наблюдениям у сахарной свеклы около 15 мг на 1 г сухого веса, делает такое допущение вполне вероятным.

Таблица 3

Содержание меченых сахаров в листовой пластинке и в соудисто-волоконистых пучках сахарной свеклы после 5-минутной подкормки C^{14}O_2 (в имп/мин на 1 г свежего веса)

Ткани	Глюкоза	Фруктоза	Сахароза
Листовая пластинка . . .	3100	6350	29600
Проводящие пути (из нижнего конца черешка) . .	Следы	Следы	993

Определения инвертазы* (по расщеплению сахарозы) крахмальной фосфорилазы (по синтезу амилозы из глюкозо-1-фосфата) и фосфатазы (по отщеплению неорганического фосфата от Na-глицерофосфата), проведенные нами в сосудисто-волокнистых пучках и других тканях листа показали, что инвертаза проводящих путей мало активна по сравнению с инвертазой в черешках и особенно в листовых пластинках (табл. 4). Это сближает проводящие пути с корнем сахарной свеклы, который отличается, как известно, низкой активностью инвертазы⁽¹⁰⁾. Можно поэтому заключить, что в проводящих тканях условия для сохранения сахара

Таблица 4

Активность некоторых ферментов в тканях листа сахарной свеклы (на 1 г свежего веса за 2 часа)

Ткани	Инвертаза (в мг глюкозы)	Фосфорилаза (в μ г фосфора)	Фосфатаза (в μ г фосфора)
Листовая пластинка . . .	38,6	257	6600
Проводящие пути . . .	7,4	231	7000
Листовые черешки . . .	15,8	42	5000

ткани с интенсивным углеводно-фосфорным обменом.

Наконец, фосфатаза, действие которой может выражаться как в гидролитическом отщеплении фосфорной кислоты от фосфорных эфиров, так и в переносе остатков фосфата с одного органического акцептора на другой⁽¹²⁾, присутствует в проводящих путях в весьма активном состоянии и превосходит даже активность фосфатазы в листовых пластинках (табл. 4). На высокую ферментативную активность проводящих тканей некоторых древесных растений указывается и в работе В. Ф. Купревича⁽¹⁴⁾.

Таким образом, высокая активность фосфорилазы и фосфатазы в проводящих путях сахарной свеклы указывает на большие потенциальные возможности этих тканей осуществлять процессы фосфорилирования, дефосфорилирования, а также, вероятно, и трансферирования фосфорных остатков, что может иметь отношение как к чисто энергетической стороне деятельности этих тканей, так и к механизму передвижения сахаров, если последнее связано с ионным состоянием движущихся компонентов.

Институт физиологии растений им. К. А. Тимирязева
Академии наук СССР

Поступило
8 II 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Л. Курсанов, М. В. Туркина, ДАН, **84**, 1073 (1952). ² А. Л. Курсанов, М. В. Туркина, ДАН, **85**, 649 (1952). ³ А. Л. Курсанов, М. В. Туркина, И. М. Дубинина, ДАН, **93**, № 6, 1115 (1953). ⁴ М. В. Туркина, И. М. Дубинина, ДАН, **95**, № 1, 199 (1954). ⁵ H. Colin, Rev. gen. Botan., **28**, 289, 321, 368 (1916). ⁶ T. Mason, E. Maskell, Ann. of Bot., **17**, 167 (1928). ⁷ A. William, Arch. de l'Inst. Bot. (Univers. de Liège, Belgique), **18**, 1 (1948). ⁸ M. Calvin, A. Benson, Science, **109**, 140 (1949). ⁹ А. Оканенко, Диссертация, Киев, 1946. ¹⁰ А. И. Опарин, Н. Н. Дьячков, Тр. ЦИНС, в. 1, 5 (1928). ¹¹ А. Л. Курсанов, О. А. Павлинова, Биохимия, **13**, 378 (1948). ¹² B. Axelrod, J. Biol. Chem., **172**, 1 (1948). ¹³ А. Л. Курсанов, Бот. журн., **37**, 583 (1952). ¹⁴ В. Ф. Купревич, Бот. журн., **34**, № 6 (1949). ¹⁵ H. Wanner, Ber. Schweiz. Bot. Ges., **63**, 162 (1953).

* В определении активности ферментов принимала участие И. М. Дубинина.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

И. Н. СВЕШНИКОВА

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ЖИРА В КРАХМАЛЬНЫХ ЗЕРНАХ*(Представлено академиком А. Л. Курсановым 15 XII 1953)*

Большинство исследователей склоняется к тому, что жир возникает в плазме и только в некоторых случаях в так называемых элеопластах (1-4). Многочисленные биохимические исследования показали, что в семенах масличных растений образуется сначала крахмал, который частично или полностью исчезает при созревании семени, уступая место жиру; во время прорастания семян наблюдается обратное превращение жиров в углеводы. Аналогичное явление исчезновения крахмала и накопления сахаров и жиров было установлено при уходе растений в покой в почках плодовых деревьев (5). Осенью их клетки обычно заполнены крахмалом, а затем в отдельных клетках продукты распада крахмала, переходящие в жиры, обнаруживают слабое реагирование с осмиевой кислотой и отрицательное с суданом III. Позднее реакция на жиры с суданом III полностью заменяет реакцию на крахмал (5). Исследования в области обмена веществ у микробов также показали возможность образования жира за счет различных сахаров. С другой стороны, работы анатомов также указывают на последовательную смену содержащегося в клетках крахмала жиром (6). Таким образом, связь между углеводами и жирами не подлежит сомнению. Однако, несмотря на то, что механизм превращения углеводов в жир уже довольно детально изучен, до сих пор не было сделано попыток получить непосредственно из крахмала жир. Цитологически этот процесс исследован совершенно недостаточно, что побудило нас приступить к изучению процессов жиροобразования в клетках семени масличных растений, остановившись в первую очередь на выяснении характера связи между крахмальными зернами и жиром.

Методика исследования была разработана на семенах арахиса, которые, в отличие от семян многих других растений, содержат в зрелом состоянии, кроме алейрона и жира, также и крахмал. Для выявления всех указанных веществ применялась следующая методика. Срезы в живом нефиксированном состоянии приготавливались возможно тоньше от трубки или на замораживающем микротоме. С целью более полного окрашивания жира шарлахом применялась предварительная обработка срезов иодом в иодистом калии*. После фиксации иодом срез промывался 70° спиртом и красился на предметном стекле в течение 10 мин. Во избежание выпадения осадка от краски препарат покрывался покровным стеклом. Шарлах приготавливался по методу Н. Бояркина**. После окраски шарлахом срез промывался водой, после чего повторно подвергался окраске иодом. При этой обработке сир окрашивался в красный цвет, крахмал в синий, алейрон в желтый.

* В 100 мл воды растворялось 2,1 г иодистого калия и затем 0,3 г металлического иода.

** Насыщенный раствор шарлаха в бензоле настаивается 2—3 суток. Для покраски мякоти исходный раствор разводится 96° спиртом в 8 раз.

Методика, разработанная на семенах арахиса, была применена и к другим объектам. При этом крахмал принимал различную окраску в зависимости от преобладания в нем при покраске иодистым калием синезеленого амилозы или фиолетового амилопектина.

Интересные картины так называемых «элеопластов» у ириса (2, 4) привлекли наше внимание к этому объекту. В устьицах листьев ириса до начала цветения никакого масла не обнаруживается, они содержат только крахмальные зерна, окрашивающиеся от иода в голубой цвет. К времени цветения растений крахмал в устьицах начинает окрашиваться иодом в буро-фиолетовый цвет, что указывает на преобладание крахмала в это время амилопектина вместо амилозы. В крахмальных зернах были обнаружены мелкие капельки липоидного характера, окрашившиеся от шарлаха в красный цвет (рис. 1). В дальнейшем эти ка-

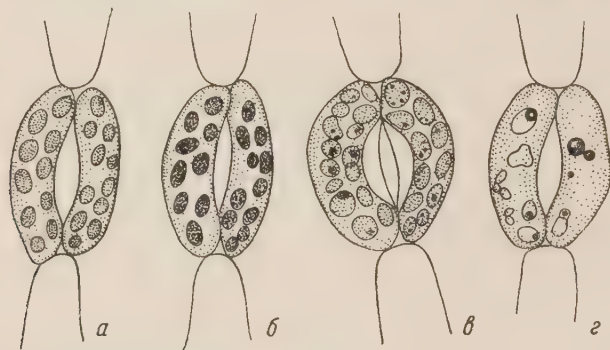


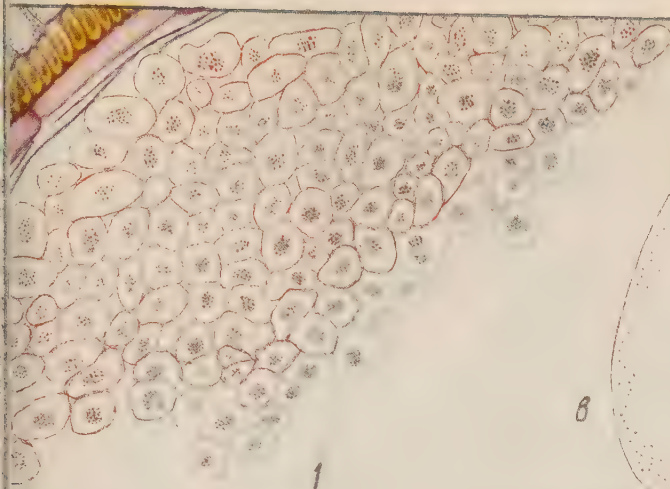
Рис. 1. Образование липондов в устьицах листьев ириса (иод + шарлах + иод). а — голубой крахмал (в устьицах до начала цветения); б — фиолетовый (то же); в — начало накопления жира в крахмальных зернах в устьицах цветущих растений ирисов; г — возникновение крупных капель жира и исчезновение крахмала

пельки сливаются и дают более крупные капли, а крахмал деформируется, дает слабое окрашивание от иода и, наконец, исчезает из устьиц. При распаде крахмальных зерен обломки иногда сбиваются к краям устьичных клеток. Ввиду того что шарлах может красить, кроме жиров, также пигменты, была проделана реакция на каротиноиды и хромолипоиды. Реакция с иодом не дала черно-зеленого окрашивания, что указало на отсутствие в устьицах каротиноидов, а реакция с серной кислотой не дала красного окрашивания, что свидетельствовало об отсутствии хромолипоидов.

Представляло интерес выяснить, является ли характер превращения крахмальных зерен в листьях ириса типичным для процесса жиरोобразования у других растений. С этой целью мы подвергли исследованию семена различных масличных растений.

Подсолнечник. На определенной фазе развития семени, например у подсолнечника, воспитывавшегося в оранжерейных условиях, на

Рис. 2. 1, 2, 3: образование жира в крахмальных зернах эндосперма горчицы (иод + шарлах + иод). 1 — общий вид 3 при малом увеличении; 2 — деталь из 3а — отдельные крахмальные зерна в момент образования в них жира. 3а — ядро эндосперма, густо покрытое крахмальными зернами, 3б — часть крахмальных зерен на ядре преобразовалась в жир, 3в — преобладание жира и зерен из жира и крахмала. 2, 4, 5: возникновение жира в крахмальных зернах: крахмальные зерна, переходные формы жира и крахмала со светлой зоной между ними и капли жира (иод — + шарлах + иод). 4 — подсолнечник *Helianthus annuus*, 4а — отдельное зерно крахмала с жиром; 5 — горчица *Sinapis alba*, б — мак *Papaver somniferum*.

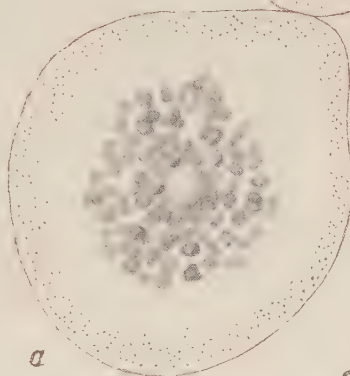


0 100 μ

2

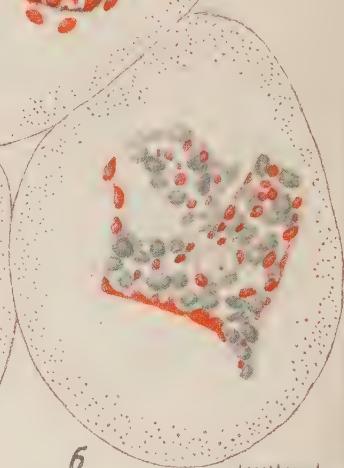
0 10 μ

6



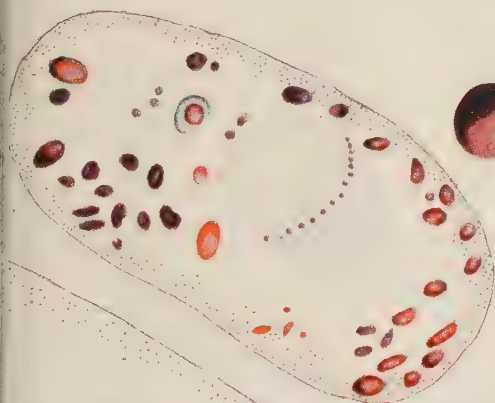
a

3



6

0 10 μ



4

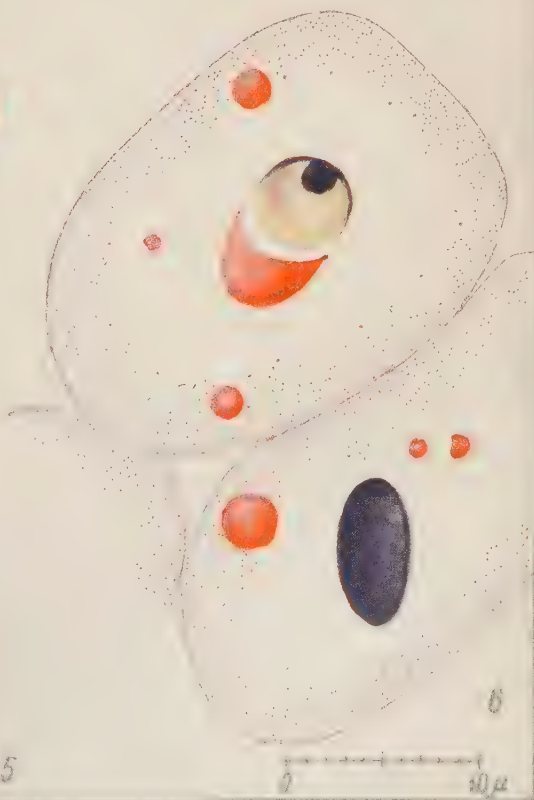


a



5

10 μ



6

0 10 μ



5-й день после начала цветения семя становится светлосерым с более интенсивным окрашиванием на концах, а семядоли его настолько нежны, что легко раздавливаются при нажиме покровным стеклом. В это время идет еще процесс размножения клеток, на что указывают наблюдаемые митозы, а в зернах крахмала можно наблюдать возникающие капли жира: клетки семядолей подсолнечника заполнены крахмальными зернами разного размера, большей частью овальной формы фиолетово-коричневого цвета после иода в связи с преобладанием в нем амилопектина. Среди этих крахмальных зерен часть зерен не имеет гомогенной крахмальной структуры, в них обнаруживается жир, окрасившийся от шарлаха в красный цвет (рис. 2, 4). В разных зернах эта окраска проявляется в разной степени: некоторые крахмальные зерна почти целиком состоят из крахмала и имеют только маленькие включения жира, у других около половины зерна состоит из жира и, наконец, у третьих почти все зерно состоит из жира и только с одной стороны зерна можно обнаружить краешек из остатка крахмала. Такую же картину можно видеть в клетках семени горчицы, за исключением того, что ее крахмал отличается от крахмала подсолнечника более серо-фиолетовой окраской от иода. Рис. 2, 5.

Подобное же явление постепенного возникновения в крахмальных зернах жира мы обнаружили в оболочке, эндосперме и зародыше формирующихся семян горчицы, мака и льна. Следует отметить, что у каждого вида растения переход крахмала в жир приурочен к определенному периоду времени после начала цветения; начало этого периода совпадает со временем, когда формирование и рост плода приближаются к концу.

Горчица. Особенно удобно было наблюдать этот процесс у белой и сарептской горчицы. На 18-й день после начала цветения удалось обнаружить на поперечном срезе семени горчицы следующие детали описанного процесса; в зернах крахмала, где уже начал накапливаться жир, крахмальная зона не непосредственно примыкает к зоне жира, но между ними наблюдается «светлая» зона (рис. 2, 5). Эту светлую зону можно было видеть не только у крупных крахмальных зерен, но также и у мелких и средних (рис. 2, 2). Это массовое образование жира в крахмальных зернах имело место в скоплениях крахмальных зерен, расположенных вокруг ядер эндосперма. Ядра были настолько плотно окружены крахмальными зернами, переходящими в жир, что были различимы с трудом. Сначала можно было видеть ядра, окруженные одним крахмалом (рис. 2, 3 а), затем появились переходные формы зерен крахмала с жиром (рис. 2, 3 б) и капли жира; наконец, еще дальше все ядра были плотно окружены жировыми шариками (рис. 2, 3 в). Общий вид этого перехода крахмала в жир можно видеть на рис. 2, 1.

Еще более ясно ввиду большего размера «светлой» зоны можно наблюдать последнюю в семенах мака (рис. 2, 6). На аналогичной картине перехода крахмала в жир, найденной в семенах мака на 14-й день после цветения, «светлая» зона занимает иногда большой промежуток между жиром и крахмалом, к тому же она неоднородна, в некоторых местах ее появляется слабый коричневый оттенок. Эта светлая зона состоит из промежуточных продуктов, через которые идет превращение крахмала в жир — непосредственные продукты распада крахмала. Закономерное скопление крахмала непосредственно вокруг ядер клеток эндосперма и оболочки семени горчицы, при переходе крахмала в жир (рис. 2, 1, 3, 5), позволяет предполагать участие ядра в процессе взаимопревращения в клетке запасных веществ. Картина часто наблюдаемого явления накопления лейкопластов и хлоропластов на ядрах растительных клеток (^{1, 2}) говорит о справедливости этого предположения. Складчатая форма ядра (рис. 2, 5) указывает на выход из ядра в плазму каких-то веществ в про-

цессе обмена между ядром и плазмой; возможно, что это белковые катализаторы — ферменты.

Кроме описанных выше более или менее крупных крахмальных зерен, в семядолях подсолнечника на той же фазе формирования семени, когда оболочка семени еще светлосерая с более интенсивным окрашиванием на концах, удалось наблюдать мельчайшие крупинки крахмала рядом с мельчайшими капельками жира. Принимая во внимание поставленный вопрос о возможности беспластидного плазменного происхождения крахмала ⁽⁷⁾, гипотеза о его происхождении в связи с хондриосомами, а мельчайших капель жира — из данного «хондриосомного» крахмала должна явиться предметом дальнейших исследований.

Таким образом, методом цитологического анализа было показано действительно происходящее в созревающих семенах масличных растений образование жира в крахмальных зернах. Если стоять на точке зрения пластидного происхождения крахмала, то можно рассматривать генезис жира из крахмала как процесс, протекающий в органоидах клетки.

В заключение выражаю благодарность проф. А. А. Прокофьеву, под руководством которого было проведено данное исследование, и М. А. Асикритовой за техническую помощь.

Институт физиологии растений
им. К. А. Тимирязева
Академии наук СССР

Поступило
3 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ P. Dangeard, *Cytologie végétale et cytologie générale*, 1947. ² A. Guillermond, *C. R. Soc. Biol.*, **169**, 1182 (1932). ³ A. Meyer, *Morphologische und physiologische Analyse der Zelle der Pflanzen und Tiere*, 1920. ⁴ A. T. Faull, *J. of the Arnold Arb.*, **16**, No. 2 (1935). ⁵ П. А. Генкель, Е. З. Окнина, *Изучение глубины покоя у древесных пород для диагностики их морозоустойчивости*, Изд. АН СССР, 1952. ⁶ Л. И. Джапаридзе, *Практикум по микроскопической химии растений*, М., 1953. ⁷ В. Г. Александров, М. М. Яковлев, Л. С. Климокина, *Бот. журн.*, **32**, № 4 (1947).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

О. А. ЩЕГЛОВА и Ф. Ф. ЛЕЙСЛЕ

**О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ДНЯ
НА ФОРМИРОВАНИЕ ВЕГЕТАТИВНЫХ И РЕПРОДУКТИВНЫХ
ПОЧЕК У ВЯЗА***(Представлено академиком А. Л. Курсановым 8 II 1954)*

Условия образования цветочных и вегетативных почек у древесных пород до сих пор мало изучены. В литературе имеются лишь некоторые сведения относительно времени и продолжительности формирования частей цветка (⁴, ⁵), а также относительно условий образования репродуктивных органов у плодовых (³, ⁷, ⁸). Существуют указания, что многие древесные породы для того, чтобы приступить к цветению и плодоношению, требуют ежегодно пониженных зимних температур (¹, ⁶).

Сведения о необходимости определенных световых условий для цветения и плодоношения у древесных растений нам неизвестны. Имеющиеся экспериментальные данные говорят лишь о воздействии укороченного дня на рост древесных растений, не затрагивая вопроса о влиянии продолжительности дня на формирование вегетативных и репродуктивных почек у древесных пород (¹⁰).

Считая, что условия светового режима (продолжительность дня) листа должны влиять на характер формирующейся в его пазухе почки, мы провели описываемый ниже опыт, результаты которого подтвердили правильность нашего предположения. Объектом для исследования служил вяз (*Ulmus scabra* Mill.), произрастающий в парке Ботанического института Академии наук СССР.

Известно, что у вяза репродуктивные и вегетативные почки закладываются в пазухах листьев одного и того же побега. Вегетативные почки образуются обычно в пазухах верхушечного листа и нижерасположенных одного или двух боковых листьев, а репродуктивные — в пазухах последующих боковых листьев побега. Часто можно наблюдать, что листовая почка формируется лишь в пазухе терминального листа, а при основании всех латеральных листьев развиваются цветочные почки. Встречаются также побеги с одними листовыми почками, но они составляют незначительный процент.

Так как вегетативная почка, которая весной следующего года дает начало листовому побегу, резко отличается своей заостренной формой от цветочной, имеющей округлую форму (рис. 1 А), то еще осенью можно определить, разовьется ли почка в вегетативный побег или даст побег цветков, характерный для данного вида вяза.

На большом ежегодно обильно плодоносящем дереве несколько прищипнутых побегов с пятью или больше листьями каждый подвергались воздействию укороченного дня. С этой целью на опытные побеги ежедневно в 18 час. надевались двойные бумажные мешочки, изнутри белые, а снаружи белые для предохранения от сильного нагревания; в 18 час. утра мешочки снимались. Таким образом, опытные побеги полу-

чали 9-часовое освещение, в то время как большинство побегов росло на естественном почти 19-часовом дне. Опыт начался 19 VI (1952 г. когда в пазухах листьев были еще заметны невооруженным глазом крашечные почки, и был закончен 15 VII, после чего дальнейшее развитие почек опытных побегов происходило на естественном дне, продолжительность которого к этому времени равнялась 18 час. В опыте 6 побегов подвергались воздействию с 19 VI и получили, таким образом, 26 укороченных дней; 2 побега — с 23 VI, получив 22 укороченных дня и 5 побегов — с 25 VI, получив 20 укороченных дней.



Рис. 1. Характер почек на разных побегах вяза. А — в естественных условиях; Б — получивших в 1952 г. укороченный день с 19 VI по 15 VII; В — получивших в 1952 г. укороченный день с 23 VI по 15 VII; Г — получивших в 1952 г. укороченный день с 25 VI по 15 VII. Зарисовано 28 IV 1953 г.

Весной 1953 г. был проведен морфологический анализ почек, показавший, что из 6 побегов, росших при измененном световом режиме с 19 VI, 5 побегов образовали только вегетативные почки и лишь на 1 побеге сформировалась одна цветочная почка (рис. 1 Б), причем в дальнейшем завязалось всего 3 плода вместо обычных 13—15. На 2 побегах, получавших укороченный день с 23 VI, имелось по одной цветочной почке, тогда как остальные были вегетативными (рис. 1 В). На месте этих цветочных почек также впоследствии образовалось уменьшенное число плодов.

В числе побегов, взятых в опыт 25 VI, имелись побеги с различным числом цветочных почек: по одному побегу с 1, 2, 3 почками и 1 побег с 4 цветочными почками (рис. 1 Г). Как видно из рисунка в случае 20 укороченных дней получились такие же результаты, как и на естественном дне. Это объясняется или недостаточной длительностью воздействия укороченным днем или тем, что часть почек в достаточной мере сформировалась к 25 VI и поэтому изменение световых условий не оказало на них никакого влияния.

На основании имеющихся литературных данных и наших прежних работ с однолетними и многолетними травянистыми растениями установлено, что в зависимости от изменения светового режима (укороченный день, длительность его воздействия, время его применения

можно получить вегетирующие или цветущие растения. Соответствующие изменения можно вызвать и у отдельных частей растения. Интересно также, что многолетние растения (например, колокольчик карпатский), цветшие в течение нескольких лет, в последующие годы все же остаются в вегетативном состоянии, если не получают снова необходимых условий для прохождения световой стадии.

Подобные указания, но относящиеся к стадии яровизации, мы находим в работах Т. Д. Лысенко, который пишет: «...известен ряд многолетних растений, ежегодно требующих яровизации. При отсутствии условий для прохождения стадии яровизации некоторые уже плодоносившие многолетние растения не смогут снова плодоносить»⁽²⁾.

Все эти данные говорят о том, что каждый год появляющиеся новые побеги должны проходить стадийные изменения, чтобы завершить цикл своего развития.

В результате проведенного опыта с побегами вяза можно сделать вывод, что световой режим листа существенным образом влияет на формирование почки, находящейся в его пазухе. Как показал опыт от 9 VI, в условиях укороченного 9-часового дня (определенной длительности воздействия) закладываются вегетативные почки, в то время как на естественном дне (около 19 час.) образуются репродуктивные почки. Из этого следует, что каждый новый побег древесных растений, подобно побегам травянистых многолетних растений, проходит стадийное развитие.

Нам кажется, что полученные результаты могут способствовать до некоторой степени изучению мало освещенного в литературе вопроса о стадийном развитии древесных растений.

Ботанический институт
Академии наук СССР

Поступило
1 VIII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. Е. Кожин, Изв. АН Арм.ССР, Естеств. науки, 7 (1946). ² Т. Д. Лысенко, Агробиология, 1948. ³ Я. И. Потапенко, Е. И. Захарова, Влияние температурных и световых условий на темпы развития и особенности цветения растений. Растение и среда, 1940. ⁴ Л. М. Ро, Тр. Млеевск. садово-огородн. станц., 13 (1929). ⁵ И. М. Ряднова, Агробиология, 1 (1950). ⁶ Л. И. Сергеев, Изв. совр. биол., 30, в. 3/6 (1950). ⁷ Л. И. Сергеев, Агробиология, 2 (1951). ⁸ П. П. Чуваев, Зап. Таджикск. с.-х. инст., 1, (1948). ⁹ О. А. Щеглова, Ф. Бельденкова, Ф. Ф. Лейсле, В. Ф. Корякина, Изв. АН СССР, сер. биол., № 4 (1953). ¹⁰ Ф. Л. Щепотьев, Изучение световой стадии развития древесных растений, Инст. агролесомелиорации, 37, Киев—Харьков (1938).

В. В. БАРСУКОВ

О СМЕНЕ ЗУБОВ У ЗУБАТОК (СЕМ. ANARHICHADIDAE)

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 5 II 1954)

Все виды рыб, принадлежащие к семейству зубаток, отличаются мощными зубами, расположенными в два ряда на каждой межчелюстной, нижнечелюстной, небной кости и на сошнике. У всех зубаток зубы делятся на клыковидные, конические и бугорковидные. Клыковидные зубы, расположенные на межчелюстных костях и на передних частях нижнечелюстных костей, приспособлены к отрыванию от субстрата прикрепляющихся к нему организмов (моллюсков, морских ежей и т. п.), а конические и бугорковидные — к разрыванию и разламыванию панцирей этих организмов.

Каждый зуб сидит у зубаток на цоколе, высоте которого прямо пропорциональна высоте зуба. Цоколи соседних зубов, обычно сливаясь в сплошную костную массу, кажущуюся частью кости, несущей зубы. Основание зуба изрезано складками, входящими в соответствующие складки на вершине цокола, что делает соединение зуба с цоколем очень прочным. Между цоколами, вблизи их оснований, замечаются заметные углубления, в каждое из которых внедряется эмалевый орган, несущий замещающий зуб (2). О замещающих зубах у зубаток было известно давно (6, 7), однако до сих пор оставалось неизвестным, каким образом в какие сроки происходит смена зубов. Этот процесс прослежен нами на атлантических зубатках.

В мае 1951 г. нами было исследовано в Баренцевом море по несколько десятков особей каждого из видов атлантических зубаток (*Anarhichas latifrons*, *A. minor* и *A. lupus*). Из них большинство имело высокие зубы блестящей поверхностью* и несколько увеличенной полостью в центре



Рис. 1. Зубы на нижнечелюстных костях. А — у особей, пойманных в мае (у *A. lupus maris-albi* — в июне); Б — у особей, пойманных в сентябре. 1 — *A. latifrons*; 2 — *A. minor*; 3 — *A. lupus*; 4 — *A. lupus maris-albi*. а — отверстия для замещающих зубов. Внутри отверстий у сентябрьских *A. lupus* видны замещающие зубы, у *A. latifrons* и *A. minor* они выпали при марирации: у майских особей всех трех видов на месте отверстий для замещающих зубов — лишь небольшие углубления

* Повидимому, покрытые эмалью. Г. В. Ясвоин (2), не обнаруживший эмали на зубах *A. lupus*, мог иметь дело уже со стертыми зубами. У личинки *A. lupus lupus*, выходящей из икры, по сообщению Л. Д. Марцинкевич, зубы покрыты эмалью.

основания. У многих посредине бугорковидных зубов имелась острая и уже стертая, принявшая вид сосочка вершинка. Углублений между цоколями для замещающих зубов у таких зубаток или еще не было, или они только начинали образовываться (см. рис. 1 А). Более того, встречались синие (*A. latifrons*) и реже пятнистые (*A. minor*) зубатки с еще не окостеневшими цоколями. Все зубы у них сидели непрочны, шатались и были до самых вершин затянуты соединительной тканью.

В сентябре 1950 г. у всех трех видов (особенно у *A. lupus*) все зубы, особенно бугорковидные, были стерты, а углубления для замещающих зубов сильно увеличены (рис. 1 Б). Внутри этих углублений были видны крупные замещающие зубы. У некоторых особей старые зубы легко вываливались.

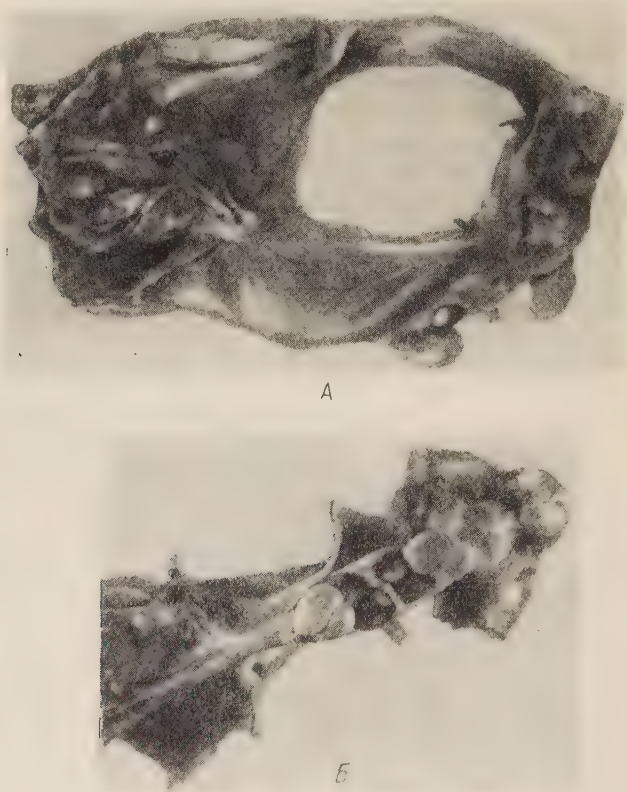


Рис. 2. Зубы на сошнике у *A. lupus maris-albi*, пойманной в сентябре. А — сбоку, Б — сверху. Развившиеся замещающиеся зубы сильно разрушили цоколи старых зубов, средние из которых уже вывалились. Зубатка та же, что на рис. 1 Б, 4.

Наконец, в сентябре 1951 г. у одной *A. lupus maris-albi** цоколи всех зубов были сильно разрушены, часть старых зубов уже вывалилась, а в основании цоколей сидели очень крупные замещающие зубы (см. рис. 2). Остальные *A. lupus maris-albi* (20 экз.) имели в сентябре зубы в состоянии, близком к описанному выше.

* Беломорская зубатка, отличающаяся от обитающей в других частях ареала полосатой зубатки утолщенной спереди нижней челюстью, меньшим числом зубов, особенно на небных костях (у беломорской 8—16, в среднем около 12, в других частях ареала 12—20, в среднем около 16), низким темпом роста, меньшими размерами в созревании и меньшей плодовитостью, выделена нами в особый подвид *A. lupus maris-albi*.

В сборах Полярного научно-исследовательского института морского рыбного хозяйства и океанографии имелись молодые экземпляры *A. lupus lupus*, добытые в разные месяцы года: нашлось по 2—3 особи для каждого месяца, кроме января и августа. У всех зубаток, пойманных в декабре, зубы сидели на еще не окостеневших цоколях. В дальнейшем, вплоть до ноября, стертость зубов, а также и величина углублений для замещающих зубов, наметившихся еще в феврале, постепенно нарастала.

Из приведенных наблюдений следует, что у всех атлантических зубаток наблюдается регулярная смена всех зубов сразу или почти сразу. В уловах мы не встретили ни одной зубатки, лишенной не только всех, но хотя бы значительной части зубов, что не наблюдалось, насколько это известно, и другими. Только у Виллигби и Рея ⁽⁸⁾ имеется указание на зубатку, у которой все зубы были «обломаны». Процесс смены зубов сильно ускоряется тем, что развитие замещающих зубов происходит еще под старыми, на протяжении всего периода функционирования последних. По мере развития замещающих зубов цоколи старых разрушаются, что в конце концов вызывает выпадение старых зубов. В это время замещающий зуб по форме и размерам очень сходен с предшественником, ему остается лишь несколько подрасти в высоту и подняться на новом цоколе.

В ряду *A. lupus maris-albi* — *A. lupus lupus* — *A. minor* — *A. latifrons*, в котором нарастают глубины, предпочитаемые каждым из видов, намечается сдвигание сроков смены зубов на зиму и даже весну. Повидимому, у всех зубаток смена зубов приурочена к началу сезона, наименее благоприятного в отношении питания. Этот вопрос, а также вопрос о смене зубов у молодежи зубаток до 1—2-годовалого возраста требуют уточнения на более обширном материале. У зубаток с неокостеневшими цоколями зубов кишечника чаще были пусты или же содержали лишь мягкую пищу (мелкая рыба, креветки, кишечники трески, выброшенные с траулеров).

Вероятно, сходно с атлантическими меняются зубы и у тихоокеанских зубаток. *A. orientalis* из коллекций Зоологического института АН СССР, добытая в мае, имела острые вершинки на бугорковидных зубах; у другой, пойманной в конце августа, эти вершинки были совершенно незаметны, все зубы стерлись сильнее, а отверстия для замещающих зубов углубились. *Anarhichthys ocellatus* в этом отношении вряд ли представляет какие-либо особенности, так как углубления для замещающих зубов обычного для других зубаток типа на рисунках и фотографиях ее черепов ^(3, 4) видны почти на всех несущих зубы костях.

Обычно принимается, что смена зубов у костистых рыб нерегулярна ⁽¹⁾. Зубатки в этом отношении представляют исключение. Характерной особенностью зубаток является то, что новая генерация зубов развивается у них под старой, между слившимися цоколями ее зубов. Судя по рисункам из Гудрича ⁽⁵⁾, *Balistes viridescens* и *Sargus ovis* в этом отношении, повидимому, сходны с зубатками.

Можно полагать, что одновременность смены всех зубов у зубаток связана с дифференциацией их зубной системы. Однако недифференцированные мелкие клыковидные зубы на глоточных костях у зубаток меняются, повидимому, также все одновременно и в те же сроки, что и остальные зубы.

Зоологический институт
Академии наук СССР

Поступило
11 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Е. К. Суворов, Основы ихтиологии, М., 1948. ² Г. В. Ясвоин, ДАН, 74, № 4 (1950). ³ L. A. Adams, Kansas Univers. Science Bull., 4, 16 (1908). ⁴ T. Gill, Proc. U. S. Nat. Mus., 39, 5 (1911). ⁵ A. Goodrich, Vertebrata cranialia, London, 1909. ⁶ H. Kuhl, Beitr. z. Zool. u. vergl. Anat., Frankfurt am Main, 1820. ⁷ A. Retzius, Müller's Arch. Anat., Physiol., wissenschaftl. Medic., 1837. ⁸ F. Willughby, J. Ray, Historia, piscium, Lond., 1743.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Т. А. СИХАРУЛИДЗЕ

ОБРАЗОВАНИЕ ХРУСТАЛИКА ИЗ РЕЗОРБИРУЮЩЕГОСЯ ЭПИТЕЛИЯ

(Представлено академиком А. И. Абрикосовым 6 II 1954)

Описываемые в настоящей статье опыты гетеро- и ксенотрансплантации эпителия хвоста метаморфозирующих головастиков в глазную чашу на место удаленного хрусталика подтверждают сходные данные В. В. Попова⁽³⁾, полученные в условиях гомотрансплантации.

Как известно, подлежащий резорбции эпителий хвоста, пересаженный на головастика в область спины, резорбируется во время метаморфоза и на новом месте. Интересно было проследить судьбу того же эпителия после пересадки его в глазную чашу головастика другого вида. Если и в этом случае эпителий хвоста головастика не испытывает резорбции и из него образуется хрусталик, то это будет новым важным доказательством того, что ткань, развивающаяся в одном направлении, попадая на новое место, под влиянием новой для нее среды существенным образом изменяет путь своего развития.

Материал и метод. В качестве объектов для опытов были использованы следующие виды бесхвостых амфибий: *Rana temporaria*, *Bufo viridis*, *Bombina bombina*, *R. ridibunda*. Материал добывался в водоемах окрестностей Москвы.

Опыты заключались в пересадках эпителия хвоста головастиков в растрепанную глазную чашу после удаления из хрусталика. Этот эпителий еще на живых донорах маркировался стерильным порошком кармина.

Реципиентами во всех сериях трансплантаций были использованы головастики, находящиеся на четырех стадиях развития (А, В, С, D), донорами — головастики, находящиеся на первой (А) стадии развития.

Параллельно с опытами трансплантации проведена и контрольная серия опытов, заключавшаяся в том, что у головастиков, находящихся на стадиях развития А, В, С, D, удалялся хрусталик из глазной чаши. Головастики стадии А уже имели внутренние жабры. У головастиков стадии В — едва заметные почки задних конечностей. Головастики стадии С имели хорошо развитые почки задних конечностей. У головастиков стадии D были хорошо развиты задние конечности.

Для микроскопического исследования подопытный материал фиксировался через 2, 3, 4, 5, 6 мес. после операции. Фиксация производилась насыщенным раствором сулемы с уксусной кислотой. Объекты контрольной серии фиксировались жидкостью Ценкера через 2, 4, 10 дней и 3 мес. после операции. Объекты подопытной серии окрашивались на срезах гемалауном, а контрольной серии — тотально борным кармином.

Было прооперировано 320 объектов, из которых до конца опыта осталось в живых 92 объекта, остальные погибли во время метаморфоза.

К основным опытам относятся 54 животных, к контрольной серии — 38 животных. Весь материал разбит на четыре серии, из которых три серии представляют собой материал трансплантаций в различных комбинациях доноров и реципиентов, а четвертая серия — контрольные опыты.

Результаты опытов

I серия. Доноры — головастики *Bombina bombina*, реципиенты — головастики *Bufo viridis*. Зафиксировано 5 животных через 5 и 6 мес. после операции. Хрусталики образовались у 5 объектов, а частицы кармина обнаружены в двух хрусталиках.

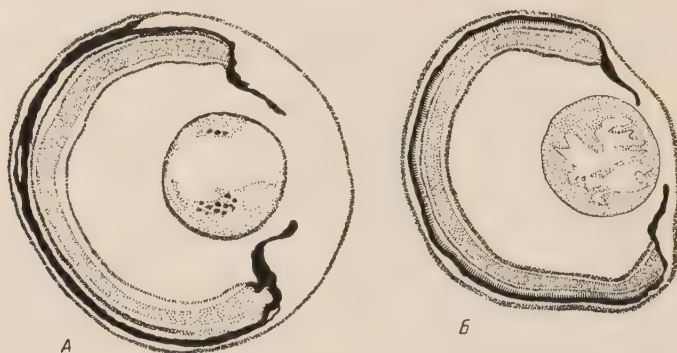


Рис. 1

На рис. 1 дан поперечный разрез правого оперированного глаза одного из тех животных (зафиксирован через 5 мес. после операции), у которых в волокнистой части восстановленного хрусталика найдены частицы кармина. На рис. 1, Б — поперечный разрез левого неоперированного глаза.

Как видно из этих рисунков, оба глаза вполне развиты. Хрусталики дифференцированы на эпителиальную и волокнистую части. В оперированном глазу пигментный эпителий тесно связан с колбочками и палочками сетины.



Рис. 2



Рис. 3

II серия. Доноры — головастики *Rana temporaria*, реципиенты — головастики *R. ridibunda*. Зафиксировано 32 объекта через 2, 5 и 6 мес. после операции. Хрусталик образовался в 21 случае. Микроскопическое изучение глаза этих жи-

вотных показало, что из 21 развившегося хрусталика частицы кармина обнаружены только в 6 хрусталиках. В остальных 12 случаях образования хрусталиков не наблюдалось. При этом глазные чаши, в отличие от чаш неоперированных глаз, развились атипично (см. рис. 2).

III серия. Доноры — головастики *Bufo viridis*, реципиенты — *Rana temporaria*. Зафиксировано 8 объектов (через 3, 5 и 6 мес. после операции). Хрусталик развился у 5 объектов, частицы же кармина найдены в трех хрусталиках. В трех случаях этой серии на оперированной стороне глазные чаши развились атипично и хрусталиков не обнаружено.

IV серия (контрольная). В этой серии на стадиях А, В, С, D удален хрусталик из глазной чаши. Зафиксировано 38 объектов через 4 и 10 дней и 3 мес. после операции. Ни в одном случае не обнаружено восстановления хрусталика, если не считать двух случаев, когда возникли линзоподобные образования.

Судя по общему виду глаза, в этих случаях операция была сделана неудачно (рис. 3). Едва заметное линзоподобное образование возникло здесь, несомненно, из части хрусталика, случайно оставшейся при его удалении из глазной чаши.

Заключение

Таким образом, описанные здесь результаты опытов указывают на необычайную энергию морфофизиологических связей, возникающих между глазной чашей и трансплантатом и способных перенаправить путь развития резорбирующейся ткани даже в условиях гетеро- и ксенотрансплантации.

Присутствие частиц кармина в ряде таких хрусталиков указывает на то, что они действительно образовались из имплантированного материала. Отсутствие кармина в остальных хрусталиках можно объяснить тем, что волокнистая масса хрусталика повреждалась во время приготовления препаратов (резка на микротоме), вследствие чего частицы кармина могли выпасть.

Можно усомниться в том, что резорбирующийся эпителий хвоста, пересаженный в глазную чашу, действительно преобразуется в хрусталик, вместе с тем предположить, что хрусталик образуется из верхнего края глазной чаши, что наблюдается у хвостатых амфибий. Но наши опыты по экстирпации хрусталика показали, что на относительно поздних стадиях развития бесхвостых амфибий восстановления хрусталика путем «вольфовской регенерации» не происходит. Этот факт еще ранее был установлен специально проведенными опытами (1).

Результаты описанных здесь опытов согласуются с данными В. В. Попова (2), показавшего, что эпителий и некоторые другие ткани после пересадки в глазную чашу («внутриглазные пересадки») особенно успешно преобразуются в хрусталик. Есть основания думать, что в глазной чаше существуют такие условия обмена веществ, которые во взаимодействии с трансплантатом, оказывают на последний специфическое воздействие.

Вместе с тем очевидно, что обусловленные особенностями местного обмена веществ характерные для глаза морфофизиологические связи блокируют действие вызывающих метаморфоз эндокринных влияний. Они предотвращают резорбцию эпителия хвоста и содействуют его превращению в хрусталик.

На основании наших данных мы позволим себе сделать следующие выводы.

1. Резорбирующийся эпителий хвоста *Bombina bombina*, *Bufo viridis* и *Rana temporaria*, помещенный в углубление глазной чаши головастика *R. ridibunda*, *R. temporaria* и *Bufo viridis*, преобразуется во вполне сформированный хрусталик, дифференцированный на эпителиальную и волокнистую части.

2. После удаления хрусталика у бесхвостых амфибий на сравнительно поздних личиночных стадиях развития восстановление нового хрусталика путем «вольфовской регенерации» не происходит.

Институт зоологии
Академии наук Груз.ССР

Поступило
26 XII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. А. Мануилова, А. И. Мачабели, Т. А. Сихарулидзе, ДАН, 18, № 9 (1938). ² В. В. Попов, ДАН, 2, № 8 (1936); Арх. анат., гист. и эмбр., 16 (1937); Биол. журн., 7, № 3 (1938); ДАН, 77, № 4 (1951); В. В. Попов, С. П. Евдокимова, А. Г. Крымова, Изв. АН СССР, сер. биол., № 4 (1939). В. В. Попов, ДАН, 49, № 9 (1945).

Е. А. ВЛАДИМИРОВА

**ИЗМЕНЕНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ПРЕДОБРАЗОВАННОГО АММИАКА
В БОЛЬШИХ ПОЛУШАРИЯХ ГОЛОВНОГО МОЗГА КРЫС
В СОСТОЯНИИ ТОРМОЖЕНИЯ, ВЫЗВАННОГО ВОЗДЕЙСТВИЕМ
УСЛОВНЫХ РАЗДРАЖИТЕЛЕЙ**

(Представлено академиком К. М. Быковым 6 II 1954)

В прежних исследованиях пониженное содержание аммиака в мозгу мы наблюдали в случаях уретанового сна ⁽¹⁾, в состоянии глубокой степени кислородной недостаточности ⁽²⁾, при длительном безусловнорефлекторном раздражении ⁽³⁾. В состоянии торможения, вызванного воздействием условных раздражителей длительностью 120 сек., содержание аммиака в мозгу оказалось на 19% ниже нормы ⁽⁴⁾. В последующих опытах в первые 15 сек. воздействия тех же самых условных раздражителей нами было обнаружено повышение уровня аммиака. В связи с этим явилась необходимость выяснить причину обнаруженного накопления аммиака в мозгу. Методика исследования опубликована в ⁽⁴⁾. Схема камеры приведена на рис. 1.

Количество аммиака в больших полушариях головного мозга определяли методом вакуумной дистилляции с последующей фотометрией окраски, развивающейся при прибавлении несслеровского реактива. В качестве измерительного прибора служил фотоэлектроколориметр (ФЭК-М). Исследование проводилось на крысах, у которых специально путем длительной тренировки была выработана очень прочная условная двигательльно-оборонительная реакция.

Полученные данные в виде средних количеств азота аммиака в мозгу приведены в табл. 1. Статистическая обработка проведена по формуле для малых количеств опытов ⁽⁴⁾.

Содержание аммиака в мозгу длительно тренированных крыс в состоянии относительного покоя оказалось в пределах нормы — в среднем 0,36 мг% азота аммиака. Многократное подкрепление (40—60 сочетаний) условной двигательльно-оборонительной реакции имело своим результатом укорочение латентного периода и почти полное устранение ориентировочной реакции. Слабая ориентировочная реакция наблюдалась только во время латентного периода. Содержание аммиака в мозгу за данный период увеличилось в среднем до 0,44 мг%. На рис. 2 ясно видно снижение уровня аммиака, начинающееся с первых же секунд принятия животным полустоячей позы, достигающее к 15-й секунде воздействия условных раздражителей 0,29 мг%, т. е. на 19% ниже нормы. Таким образом, мы не обнаружили повышения уровня аммиака в мозгу, которое наблюдали в прежних аналогичных опытах у менее тренированных крыс. Повидимому, это обусловлено более сильной тормозной реакцией в последнем случае. Нарастание аммиака в мозгу во время латентного периода вызвано, вероятно, воздействием самого переноса животного из клетки в камеру, ибо такого же порядка увеличение количества аммиака мы наблюдали у контрольных крыс в первые 5 сек. пребывания их в камере без специального раздражения (в среднем 0,42 мг%).

Состояние торможения, как показали наши дальнейшие исследования, углубляется по мере удлинения периода воздействия условных раздражителей, но тоже до какого-то предела, после чего наступает двигательное возбуждение. Так, в серии опытов длительностью в 10 мин. содержание аммиака в мозгу снизилось до 0,22 мг%, т. е. на 39% ниже нормы и на 50% ниже исходной величины. Но были и такие крысы, у которых в данных условиях вынужденная неподвижность сменялась оживленной ориентировочной реакцией, свидетельствующей о переходе состояния торможения в состояние возбуждения. Содержание аммиака достигло 0,61 мг% (на 69% выше нормы).

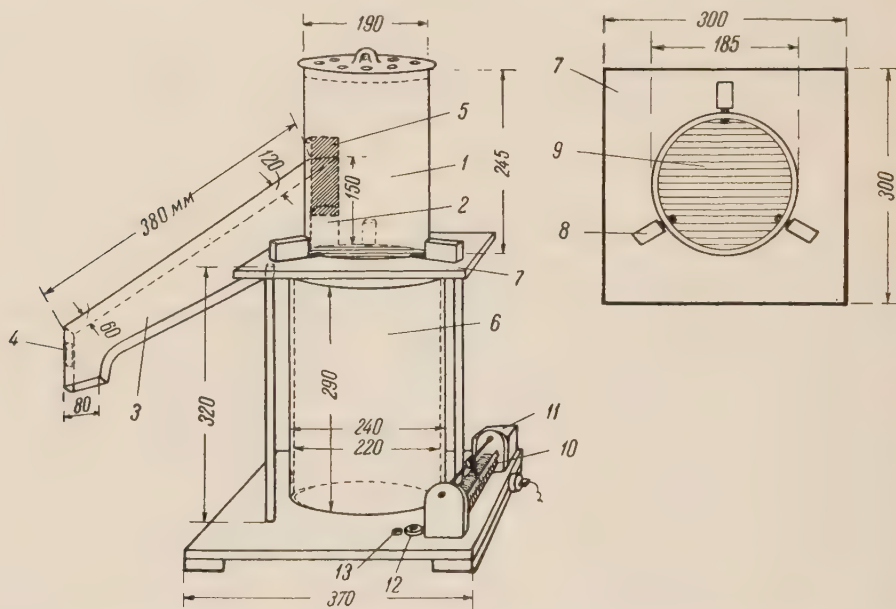


Рис. 1. Схема камеры-цилиндра для выработки условных двигательно-оборонительных рефлексов у крыс и фиксирования химического состава мозга. 1 — камера-цилиндр из плексигласа, 2 — выход из камеры в коридор, 3 — коридор, 4 — окно коридора, 5 — заслонка коридора, 6 — медный сосуд для жидкого кислорода с двойными стенками и асбестовой прокладкой между ними, 7 — эбонитовая подставка на треножнике, 8 — соленоиды с подвижными держателями для площадки, 9 — электродная решетка, расположенная на держателях, 10 — реостат со шкалой на 45 в, 11 — трансформатор, 12 — выключатель для замыкания тока как безусловного раздражителя, 13 — выключатель для оттягивания держателей и автоматического падения площадки в сосуд с жидким кислородом

Применяя воздействие условных раздражителей без подкрепления, нам удалось в среднем на 20-м сочетании полностью угасить прочно выработанную условную двигательно-оборонительную реакцию. Теперь животное, будучи помещено в прежнюю ярко освещенную камеру, вместо застывания в полустоячей позе проявляло характерное двигательное возбуждение. Количество аммиака в мозгу в первые 120 сек. воздействия условных раздражителей достигло 0,63 мг%.

Результаты данных наблюдений побудили нас выяснить характер изменений содержания аммиака в мозгу в первые 120 сек. после 15 сек. воздействия как условных, так и безусловных раздражителей, вызывающих возбуждение центральной нервной системы. Полученные результаты приведены в табл. 2.

В опытах с воздействием условных раздражителей животные выпрыгивали в добавочную непохожую на первую камеру, в которой при обычной тренировке отдыхали. Несмотря на прекращение воздействий условных раздражителей, уровень аммиака в мозгу на протяжении последую-

Таблица 1

Содержание азота аммиака (в мг % на свежее вещество) в больших полушариях головного мозга крыс в норме и в состоянии заторможенности, вызванном воздействием условных раздражителей разной длительности

Серии	Условия опытов	Ориенти- ров. реакция	Продол- жит. опыта в сек.	Число опытов <i>n</i>	Средн. (и крайн.) данные <i>M</i>	Средняя ошибка <i>m</i>	Статистич. достовер- ность
I	Норма	+	0	44	0,36 (0,17—0,47)	±0,0098	—
II	Латентный период .	±	2—5	20	0,44 (0,28—0,58)	±0,0215	Достовер.
III	Заторможенность — полустоячая поза .	—	2—5	29	0,32 (0,19—0,49)	±0,0190	"
IV	Заторможенность — полустоячая поза .		15	18	0,29 (0,18—0,40)	±0,0192	"
V	Заторможенность — полустоячая поза, умывательный ре- флекс, урежение дыхания, сонли- вость		120	39	0,29 (0,14—0,43)	±0,0131	"
VI	Заторможенность — полустоячая поза, углубление состоя- ния сонливости . .		600	16	0,22 (0,11—0,32)	±0,0151	"
VII	Переход от затормо- женности в состоя- ние возбуждения .	++++	600	16	0,61 (0,34—0,88)	±0,0447	"

Таблица 2

Содержание азота аммиака в больших полушариях головного мозга крыс в состоянии возбуждения, относительного покоя и торможения

Серии	Условия опытов	Число опытов	Азот аммиака	
			в мг %	измен. в % к исходн.
I	Усл. рефл. возбужд. 15 сек.	15	0,64	
	То же + отдых 120 сек.	13	0,61	— 5,0
II	Безусл.-рефл. раздраж. 15 сек.	10	0,54	
	То же + отдых 120 сек.	9	0,39	—28,0
III	Безусл.-рефл. раздраж. 15 сек.	21	0,60	
	То же 600 сек.	17	0,38	—37,0
IV	Латент. период 2—5 сек., ориент. реакц. + состояние заторможенности 600 сек. Ориент. реакц. — Глубокая степень сонливости	20	0,44	
	Первые 15 сек. с момента принятия животным полустоячей позы. Ориентир. реакц. +++ .	16	0,22	—50,0
V	Состояние заторможенности первые 120 сек. . .	32	0,59	
		39	0,29	—51,0

щих 120 сек. понизился всего на 4,7 %, очевидно, и сила раздражительного процесса осталась без заметных изменений (I серия). В опытах с безусловно-рефлекторным раздражением контрольных крыс животные после 15 сек. раздражения током оставались в той же камере в течение последующих 120 сек. отдыха (II серия). Количество аммиака в мозгу снизилось до нормы и на 28 % ниже своей исходной величины. Если

данное изменение содержания аммиака сравнить со скоростью устранения последнего при длительном раздражении током, сопровождающемся развитием запредельного торможения (III серия), то оказывается здесь требуется почти в 5 раз больший срок для устранения такого же избытка аммиака.

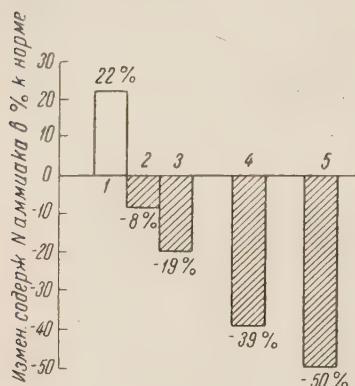


Рис. 2. Изменение содержания аммиака в мозгу в состоянии заторможенности разной длительности и естественного сна (в % к норме). 1 — латентный период; 2, 3 — первые 2—5 сек. и 15 сек. с момента принятия животным полустоячей позы; 4 — первые 600 сек. состояния торможения; 5 — глубокий естественный сон 5—8 час.

мере развития состояния торможения. Меньше чем за 2 мин. содержание аммиака уменьшилось в среднем на 51% (V серия).

Все вышеизложенное не оставляет сомнения в том, что тормозный процесс представляет собой активный процесс, характеризующийся быстрым устранением избытка аммиака в мозгу.

И. П. Павлов, обсуждая вопрос о взаимоотношении раздражительных и тормозных процессов, писал: «Остается еще вопрос — есть ли минимальный срок действия изолированного условного раздражителя, который не влечет за собой в клетке нарастающей тенденции к тормозному состоянию?»⁽⁵⁾. На этот важный вопрос до сих пор нет достоверного ответа, ибо само возбуждение, будучи как бы обратной стороной торможения, уже несет в себе условия для перехода в тормозной процесс, хотя бы в отношении затраты химической энергии, разрушения какой-то доли «раздражимого» вещества.

Нашедшая отражение в наших опытах ярко выраженная связь образования и устранения аммиака в больших полушариях головного мозга с изменениями функционального состояния центральной нервной системы свидетельствует о теснейшем отношении процесса аммиакообразования к «раздражимому» веществу или комплексу веществ, играющих важную роль в деятельности головного мозга. Отсюда вытекает бесспорная необходимость наряду с физиологическим анализом взаимоотношений раздражительных и тормозных процессов проведения биохимического и физико-химического исследования.

Институт физиологии им. И. П. Павлова
Академии наук СССР

Поступило
6 I 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Е. А. Владимирова, Физиол. журн. СССР, 25, 930 (1938). ² Е. А. Владимирова, Вопросы медиц. химии, 2, 13 (1950). ³ Е. А. Владимирова, Вопросы физиологии и морфологии центральной нервной системы, изд. АМН СССР, 1953, стр. 97. ⁴ Е. А. Владимирова, ДАН, 90, № 6, 1191 (1953). ⁵ И. П. Павлов, Полн. собр. соч., 4, 1951, стр. 257.

ЭМБРИОЛОГИЯ

Е. С. РАЛЬНИКОВА

**КРИТИЧЕСКИЕ ПЕРИОДЫ РАЗВИТИЯ И РЕАКТИВНЫЕ ГРУППЫ
БЕЛКОВЫХ ТЕЛ**

(Представлено академиком А. И. Опариным 19 I 1954)

В эмбриональном развитии рыб и амфибий имеются периоды усиленного и ослабленного роста. Работами А. Н. Трифионовой и ее учеников установлено, что периоды ослабленного роста биологически характеризуются плохой приспособляемостью развивающегося эмбриона к изменяющимся условиям внешней среды. Поэтому они названы критическими периодами развития. Физиологически эмбрионы в критические периоды развития характеризуются сильным дыханием, сниженным анаэробным расщеплением и малым содержанием в цитоплазме нуклеопротеидов. В периоды интенсивного роста, наоборот, эмбрионы отличаются высокой стойкостью и хорошей приспособляемостью к действию внешних агентов. В стойкие периоды развития интенсивно идут анаэробные процессы расщепления, увеличивается содержание нуклеопротеидов (¹⁻¹²).

Задачей данной работы является выяснить изменение количества сульфгидрильных групп в критические и стойкие периоды эмбрионального развития.

Исследования проводились на развивающейся икре рипуса *Coregonus albula infraspecies ladogensis* Pravdin из оз. Шарташ, Свердловской обл., и икре окуня *Perca fluviatilis*.

Сульфгидрильные группы определялись по ходу всего эмбрионального развития с начала дробления до роста сформировавшегося эмбриона. Развитие рипуса длится около 15 дней при температуре 4°. Для обнаружения сульфгидрильных групп применялся нитропруссидный метод, основанный на том, что в тканях с большим количеством сульфгидрильных групп красная окраска в нитропруссиде появляется уже после небольших сроков протравы в 5% уксуснокислом цинке. В тканях с меньшим количеством сульфгидрильных групп красная окраска той же яркости появляется после более продолжительных сроков протравы. В опытах с икрой рипуса мы производили для каждой стадии развития протраву в уксуснокислом цинке по 15, 30 и 60 сек. По интенсивности окрашивания при различных сроках протравы можно судить о содержании сульфгидрильных групп в тканях эмбриона (см. табл. 1). На основании проведенной нитропруссидной реакции на четырех сериях развивающейся икры рипуса можно дать характеристику изменения содержания сульфгидрильных групп по ходу эмбрионального развития.

На начальных стадиях дробления заметно увеличение количества сульфгидрильных групп (табл. 1). На стадии 2 blastomeres нитропруссидная реакция дает розовую окраску при протраве в течение 15 и 30 сек., тогда как при дальнейшем дроблении (морула крупных клеток) окраска становится яркокрасной уже при протраве в течение 30 сек. К концу дробления содержание сульфгидрильных групп резко снижается. Мы

видим полное отсутствие окраски при протраве в 15 сек. и появление лишь слабой розовой окраски при протраве в 30 сек.

Как только начинается гастрюляция, количество сульфгидрильных групп в ткани возрастает и остается высоким и в дальнейшем ходе гастрюляции, вплоть до начала формирования зародыша (яркокрасная окраска при протраве в 30 сек.).

Формирование эмбриона у рипуса начинается до закрытия бластопора. Развитие рипуса близко к развитию сига (¹³). Во время формирования эмбриона содержание сульфгидрильных групп вновь снижается, а сразу же после сформирования эмбриона и закрытия бластопора, т. е. после образования хвостовой почки, мы видим вновь увеличение количества сульфгидрильных групп (появление красной окраски даже при протраве в 15 сек.).

Таблица 1

Нитропруссидная реакция на сульфгидрильные группы по ходу эмбрионального развития икры рипуса

	Продолжит. протравы в сек.		
	15	30	60
Стадия 2 бластомеров	+	+	+++
Морула крупных клеток	+	+++	
Конец дробления	o	+	
	o	—	+++
Гастрюляция	+	+++	
	+	+++	+++
	+	+++	
		—	++
Формирование эмбриона	+	+	+
	—	+	++
Закрытие бластопора	++	+++	++++
Рост сформированного эмбриона			
	+	+++	++++
	+	++	++++
	+	+++	++++
	—	++	++++
	+	++	+++
	++	++++	++++

o — отсутствие окраски, — слабая розовая, + розовая, ++ красная, +++, ++++ яркокрасная.

На протяжении всего роста сформировавшегося эмбриона ткань его остается богатой сульфгидрильными группами.

Таким образом, количество сульфгидрильных групп по ходу эмбрионального развития меняется. Мы наблюдаем высокое содержание сульфгидрильных групп во время гастрюляции в период роста сформировавшегося эмбриона. Перед началом гастрюляции и в период формирования эмбриона количество сульфгидрильных групп в эмбриональной ткани снижается.

Данные, полученные с икрой рипуса, подтверждаются и на икре окуня. В опытах с икрой окуня мы применили несколько измененную методику, а именно: икру после фиксации и промывки помещали не в протраву, как и в опытах с рипусом, а в нитропруссид натрия и затем уже в уксуснокислый цинк (протрава) до появления яркокрасного окрашивания.

Время появления окраски является показателем количества сульфгидрильных групп на той или иной стадии эмбрионального развития. Чем больше сульфгидрильных групп в эмбриональной ткани, тем быстрее

появляется яркая окраска, и наоборот. Результаты, полученные на трех сериях икры окуня, представлены на рис. 1.

В бластодиске до дробления и на стадии двух бластомеров сульфгидрильных групп много (окраска наступает быстро через 70—75 сек. в серии А и 75—85 сек. в серии С). По ходу дробления мы видим сначала резкое, а затем, после кратковременного подъема, более плавное уменьшение времени появления окраски: в сер. А — снижение со 100—минимального количества к концу дробления (началу гаструляции) (время появления окраски 100—120 сек. в сер. А, 120—135 сек. в сер. В,

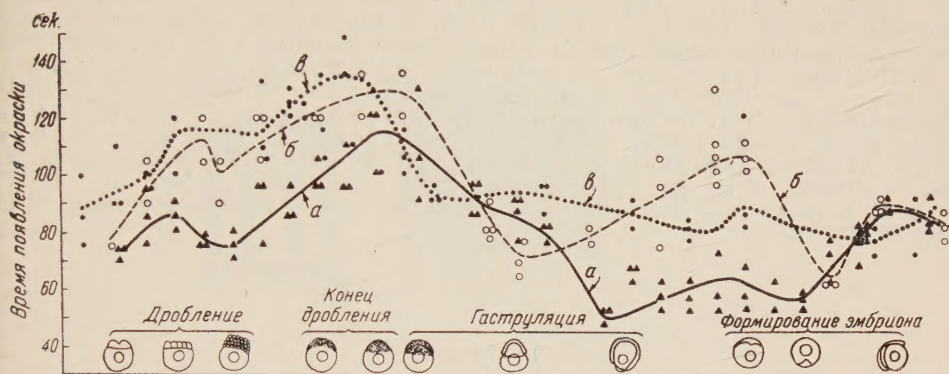


Рис. 1. Нитропруссидная реакция на сульфгидрильные группы по ходу эмбрионального развития икры окуня. а — серия А, б — серия В, в — серия С

140 сек. в сер. С). Как только начинается гаструляция и в дальнейшем ее ходе количество сульфгидрильных групп увеличивается (на кривых уменьшение времени проявления окраски: в сер. А — снижение со 100—120 до 50 сек.; в сер. С со 140 до 80 сек.; в сер. В со 120—135 до 70 сек.).

Во время формирования эмбриона наблюдается вновь снижение сульфгидрильных групп, причем снижение наблюдается дважды — в начале формирования (время появления окраски 100—110 сек. в сер. В; 60—70 сек. в сер. А; 80—85 сек. в сер. С) и в конце формирования (80—90 сек. в сер. А и В; 70—90 сек. в сер. С).

Таким образом, нитропруссидная реакция, проведенная на развивающейся икре рипуса и окуня, показывает, что уменьшение количества сульфгидрильных групп совпадает с периодами: конец дробления (начало гаструляции) и формирование эмбриона.

Работами А. Н. Трифиновой, Т. И. Привольнева, М. Ф. Вернидуб и Н. Д. Никифорова установлено, что икра рыб чувствительна к отклонению от оптимума различных факторов внешней среды (удушие, высокая и низкая температура, тряска и ряд других агентов) на стадиях: начало дробления, начало гаструляции и формирование эмбриона. Эти периоды и названы критическими. Из экспериментальных данных нашей работы следует, что в тканях эмбриона в критические периоды развития икры рипуса и окуня сульфгидрильных групп мало, в стойкие периоды количество сульфгидрильных групп возрастает — особенно резко во время гаструляции.

Согласно работам Х. С. Коштоянца сульфгидрильные группы являются реактивными или функциональными группами белка. Связывание сульфгидрильных групп приводит к выключению раздражимости живого вещества, восстановление нормальной структуры белковых тел ведет к восстановлению реактивности (¹⁴).

Таким образом, еще до начала функционирования нервной системы можно, повидимому, говорить о различной реактивности развивающегося эмбриона рыб. Возможно, что одной из причин плохой приспособляемости

эмбриона рыб к изменяющимся факторам внешней среды на критических стадиях развития является плохая реактивность их живого вещества вследствие малого содержания сульфгидрильных групп.

Свердловский государственный
медицинский институт

Поступило
15 X 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Н. Трифонова, Бюлл. БИЭМ, 57 (1933). ² А. Н. Трифонова, Арх. биол. наук, 37, 3 (1935). ³ Т. И. Привольнев, Тр. Петергоф. биолог. инст., 13, 4 (1935). ⁴ А. Н. Трифонова, Биол. журн., 6, 2 (1937). ⁵ Н. Д. Никифоров, Уч. зап. ЛГУ, 15, 353 (1937). ⁶ Н. Д. Никифоров, Влияние температур и механических воздействий на эмбриональное развитие рыб, изд. ЛГУ, 1939. ⁷ Т. И. Привольнев, А. Разумовский, ДАН, 23, № 6 (1939). ⁸ Т. И. Привольнев, Арх. анат., гист. и эмбр., 22, 1 (1939). ⁹ М. Ф. Вернидуб, ДАН, 32, № 4 (1941). ¹⁰ А. Н. Трифонова, Я. Ф. Макарская, Л. М. Соловьев, ДАН, 60, № 3, 529 (1948). ¹¹ А. Н. Трифонова, Е. Н. Борисовская, М. Х. Закиян, ДАН, 66, № 5 (1949). ¹² А. Н. Трифонова, Усп. совр. биол., 28, 4 (1949). ¹³ Н. Д. Никифоров, Уч. зап. ЛГУ, 15, 361 (1937). ¹⁴ Х. С. Коштоянц, Белковые тела, обмен веществ и нервная регуляция, Изд. АН СССР, 1951.